Fisica dei mezzi trasmissivi – Prof. C. Capsoni
Prova del 16 febbraio 2011

1	2	3	4	5

non scrivere nella zona soprastante

COGNOME E NOME ______________________________

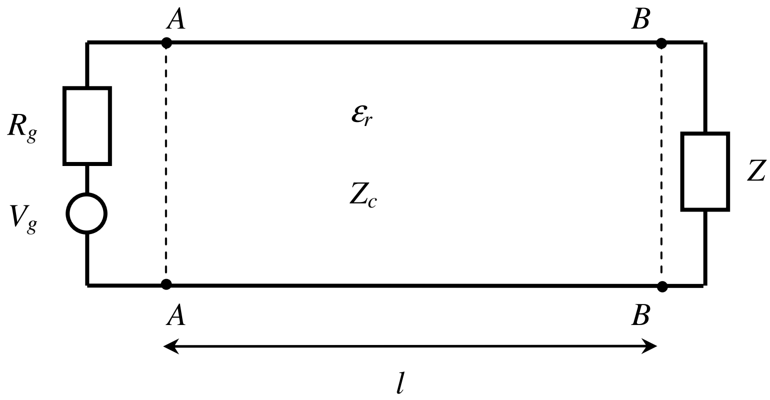
MATRICOLA ______________________________

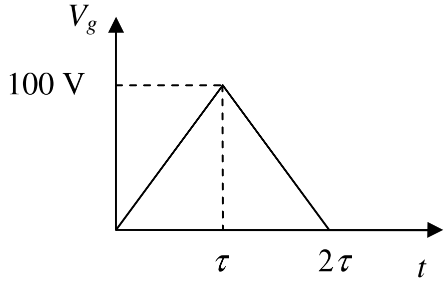
FIRMA ______________________________

Esercizio 1

Un generatore, la cui tensione varia nel tempo come indicato in figura, è collegato a un carico Z attraverso una linea di trasmissione senza perdite.

$R_g = 300\ \Omega$
$Z = 100\ \Omega$
$l = 45$ m
$\varepsilon_r = 4$
$Z_c = 100\ \Omega$
$\tau = 5$ ns





Si chiede di:
a) calcolare il coefficiente di riflessione sul carico Z;
b) calcolare il tempo di propagazione dal generatore al carico;
c) disegnare l'andamento di V_B, la tensione sul carico, per $0 < t < 0.9$ µs.

Soluzione:

a) Il coefficiente di riflessione sul carico vale:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = 0$$

b) Il tempo di propagazione vale:

$$t_p = \frac{l}{v} = 300 \text{ ns}$$

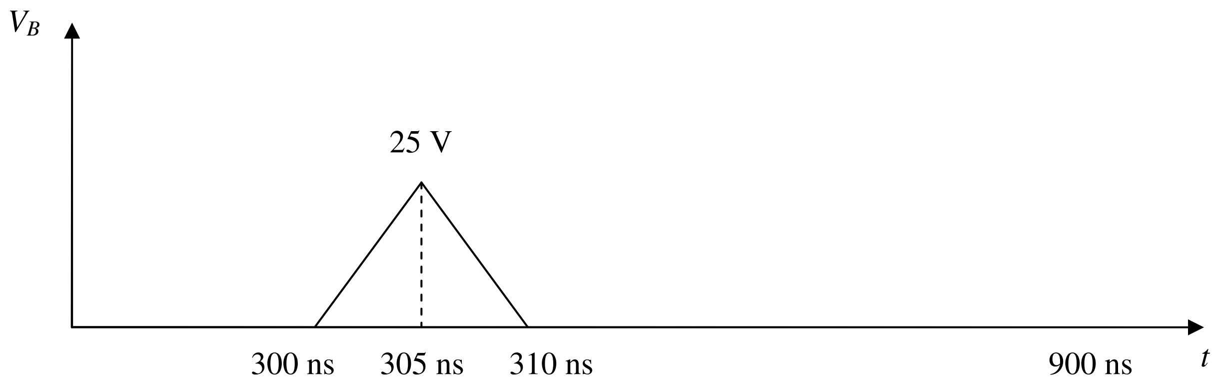
con:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 1.5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

c) Il carico è adattato alla linea, per cui non ci sarà riflessione al carico. La tensione alla sezione AA si determina con il partitore di tensione fra R_g e Z_c:

$$V_{AA}^{\max} = V_g^{\max} \frac{Z_c}{R_g + Z_c} = 25 \text{ V} \quad (t = \tau = 5 \text{ ns})$$

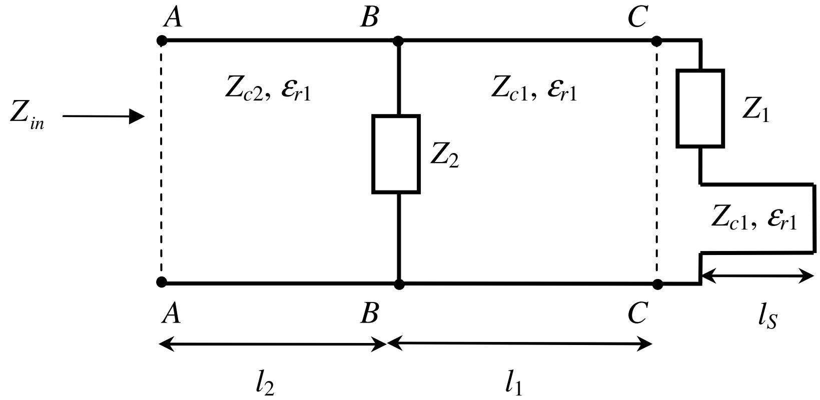
L'andamento della tensione sul carico sarà dunque:



Esercizio 2

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (regime sinusoidale, frequenza f = 500 MHz).

a) Calcolare l_S, la lunghezza dello stub posto in serie all'impedenza Z_1 perché alla sezione CC si abbia un carico complessivo reale.
b) Determinare Z_{in}, l'impedenza in ingresso al circuito (sezione AA).
c) Calcolare la distanza dalla sezione AA, muovendosi a sinistra verso il generatore (si supponga di avere ancora impedenza caratteristica della linea pari a Z_{c2}), per cui si trova un minimo di tensione.



f = 500 MHz
$Z_1 = 50 + j50\ \Omega$
$Z_2 = 50 + j50\ \Omega$
l_1 = 1 m
l_2 = 1.62 m
$\varepsilon_{r1} = 1$
$Z_{c1} = 50\ \Omega$
$Z_{c2} = 100\ \Omega$

Soluzione:

a) La lunghezza dello stub si determina imponendo che alla sezione CC l'impedenza normalizzata (rispetto a Z_{c1}) dello stub valga $\overline{Z}_{CC}^{S} = -\mathrm{Im}(\overline{Z}_1) = -j50/Z_{c1} = -j$, in modo che le due impedenze in serie alla sezione CC diano un carico totale $\overline{Z}_{CC} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_{CC}^{S} = 1 + j - j = 1$.

Per determinare dunque l_s, si calcoli la lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_{r1}}} = 0.6 \text{ m}$$

Muovendosi sulla carta di Smith si parte dal punto $\overline{Z}_{CC}^{S} = 0$ e si deve giungere nel punto $\overline{Z}_{CC}^{S} = -j$: si percorre una lunghezza normalizzata $\bar{l}_S = 0.125 + 0.25 = 0.375$ e dunque si ottiene $l_S = \bar{l}_S \lambda = 0.225$ m.

b) A seguito del dimensionamento dello stub come al punto a), alla sezione CC si ha, come detto, un carico reale totale il cui valore è $Z_{CC} = 50\ \Omega$. Si ha dunque un carico adattato alla linea, che viene quindi riportato alla sezione BB senza modifiche → $Z'_{BB} = Z_{CC} = 50\ \Omega$.

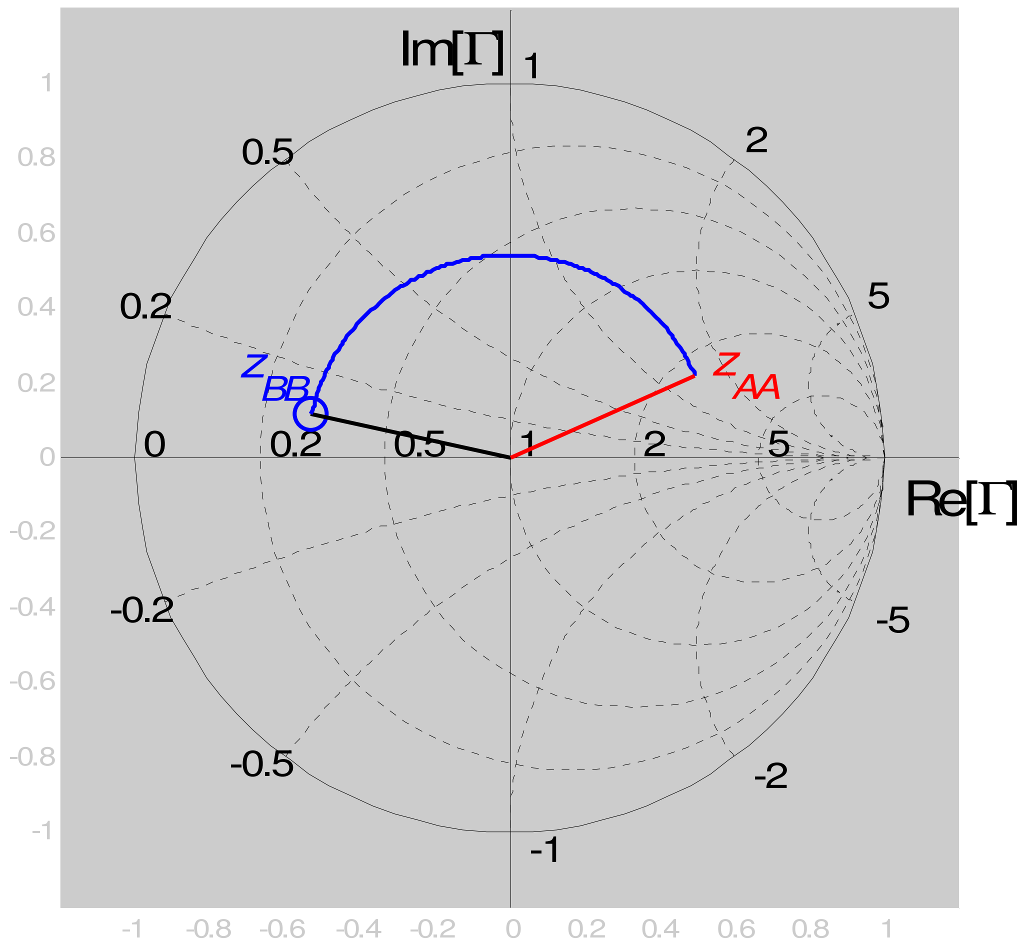
Alla sezione BB i carichi si sommano in parallelo:

$$Y_{BB} = \frac{1}{Z_{BB}} = \frac{1}{Z'_{BB}} + \frac{1}{Z_2} = 0.03 - j0.01\,\mathrm{S} \Rightarrow Z_{BB} = 1/Y_{BB} = 30 + j10\ \Omega$$

Per portare questa impedenza alla sezione AA, si passa sulla carta di Smith:

$$\overline{Z}_{BB} = \frac{Z_{BB}}{Z_{c2}} = 0.3 + j0.1 \qquad \bar{l}_2 = l_2/\lambda = 2.7 = 2.5 + 0.2$$

Ruotando sulla carta si ottiene:



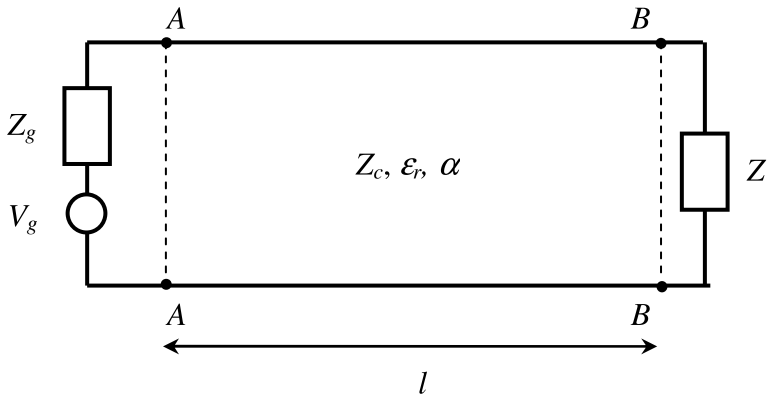
$$\overline{Z}_{AA} \approx 2.33 + j1.46 \quad \Rightarrow \quad Z_{AA} = Z_{in} = \overline{Z}_{AA} Z_{c2} = 233 + j146 \ \Omega$$

c) Osservando $\overline{Z}_{AA}$ sulla carta di Smith, si capisce che allontanandosi dalla sezione AA verso il carico, si troverà prima un massimo di tensione e poi, dopo $\lambda/4$ m, un minimo. Dalla carta si deduce dunque una lunghezza normalizzata totale pari a $\overline{d}_{\min}$ = (0.25-0.217)+0.25 = 0.283, che corrisponde a una distanza dalla sezione AA pari a $d_{\min} = \overline{d}_{\min}\,\lambda = 0.17$ m.

Esercizio 3

Sia data una linea con perdite in regime sinusoidale con coefficiente di attenuazione α = 30 dB/km (si veda la figura). Calcolare:

a) la potenza che viene ceduta dal generatore al circuito (linea+carico insieme);
b) la potenza assorbita dal carico;
c) la potenza dissipata sulla linea.



$V_g = 5e^{j\frac{\pi}{2}}$ V
f = 1 GHz
Z_g = 75 Ω
Z = 50 Ω
l = 100 m
ε_r = 1
Z_c = 50 Ω

Soluzione:

a) Per prima cosa conviene notare che il carico è adattato alla linea: si può ragionare nel tempo dato che ci sarà una sola riflessione alla sezione del generatore.
In questo caso, si calcola dapprima tutta la potenza che passa la sezione AA, riportando il carico dalla sezione BB alla sezione AA. Dato che, come detto, il carico è adattato alla linea ($\overline{Z} = 1$ sulla carta di Smith), alla sezione AA si ottiene:
$Z_{AA} = Z = 50\ \Omega.$
Dunque il coefficiente di riflessione alla sezione AA vale:

$$\Gamma_g = \frac{Z - Z_g}{Z + Z_g} = -0.2 \Rightarrow |\Gamma_g| = 0.2$$

La potenza che passa la sezione AA è dunque:

$$P_{AA} = P_d\left(1 - |\Gamma_g|^2\right) = 0.04 \text{ W}$$

dove

$$P_d = \frac{|V_g|^2}{8\,\mathrm{Re}(Z_g)} = \frac{5^2}{8 \cdot 75} = 0.0417 \text{ W}$$

b) La potenza assorbita dal carico è quella che passa la seziona AA attenuata dalla linea per un fattore:
$\alpha = 30$ dB/km = 30/(8.686·1000)= $3.5 \cdot 10^{-3}$ Np/m
$\exp(-2\alpha l) = 0.497$
Dunque si avrà una potenza assorbita dal carico pari a:
$P_L = P_{AA}\exp(-2\alpha l) \approx 0.02$ W

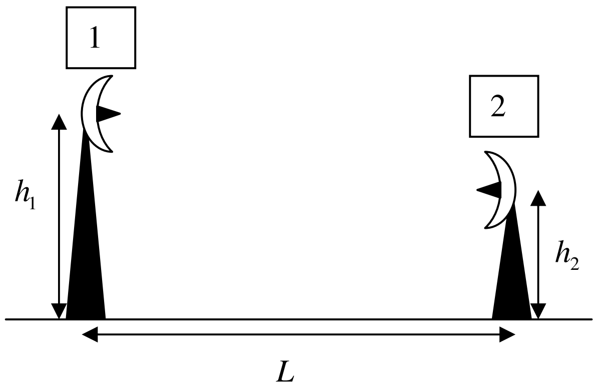
b) La potenza dissipata sulla linea sarà invece:

$$P_l = P_{AA} - P_L = 0.02 \text{ W}$$

Esercizio 4

Un ponte radio operante a 100 MHz è realizzato da due antenne identiche montate su due torri poste a distanza L = 1 km l'una dall'altra (si veda la figura). Le antenne hanno le seguenti caratteristiche: direttività D = 10.41 dB, funzione di direttività $f(\theta)=[\cos(\theta)]^5$, efficienza $\eta=0.7$, direzione di puntamento parallela al suolo. Supponendo che l'antenna 1 trasmetta una potenza P_1 = 10 W, calcolare (trascurando gli effetti della curvatura terrestre):

a) la potenza ricevuta dall'antenna 2 nel caso in cui $h_1 = h_2 = 200$ m;
b) la potenza ricevuta dall'antenna 2 nel caso in cui $h_1 = 200$ m e $h_2 = 50$ m.



Soluzione:

a) Nel caso di puntamento ottimo ($h_1 = h_2 = 200$ m), il link budget è il seguente:

$$P_R = \frac{P_1}{4\pi(L)^2} G_1 A_2$$

dove G_1 è il guadagno dell'antenna 1 e vale:

D = 10.41 dB = 11

$G_1 = D\eta = 7.7$

A_2 è l'area equivalente dell'antenna in ricezione e vale invece:

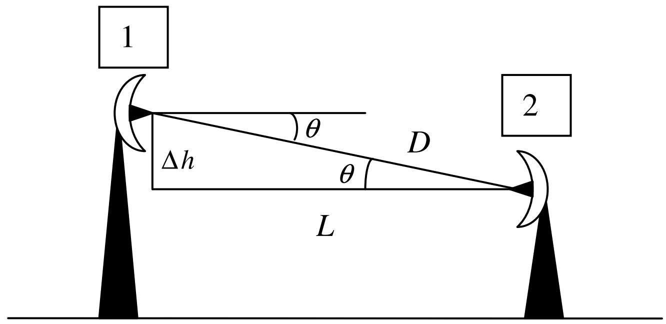
$$A_2 = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_1 = 5.5 \text{ m}^2$$

La potenza P_R vale dunque:

$P_R \approx 3.37 \cdot 10^{-5}$ W

b) Nel caso in cui l'altezza delle torri sia differente, esse non si trovano più in configurazione di puntamento ottimo: entrano in gioco le funzioni di direttività in trasmissione e in ricezione e varia leggermente la distanza fra le due antenne. In questo caso il link budget vale (si faccia riferimento allo schema sotto):

$$P_R = \frac{P_1}{4\pi(D)^2} G_1 f(\theta) A_2 f(\theta)$$



con:

$\Delta h = h_1 - h_2 = 150 \text{ m}$

$D = \sqrt{\Delta h^2 + L^2} = 1011 \text{ m}$

$\theta = \text{arctg}\left(\frac{\Delta h}{L}\right) \approx 8.53°$

$f(\theta) = 0.9459$

Dunque:

$P_R \approx 2.95 \cdot 10^{-5} \text{ W}$

Esercizio 5 (FACOLTATIVO)

Date le due forme d'onda:

$$v_1(t) = 10\cos\left(2\pi 10^9 t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v_2(t) = 5\cos\left(2\pi 10^9 t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Calcolare (nella forma $A\cos(\omega t + \phi)$):

a) $w(t) = v_1(t) + v_2(t)$

b) $k(t) = v_2(t) / v_1(t)$

Soluzione:

Conviene usare la forma fasoriale:

$$V_1 = 10e^{j\frac{\pi}{4}} = 10\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + j10\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 7.07 + j7.07$$

$$V_2 = 5e^{j\frac{\pi}{3}} = 5\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j5\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2.5 + j4.33$$

a) $W = V_1 + V_2 = 9.57 + j11.4 \quad \Rightarrow \quad |W| = 14.9 \quad$ e $\quad \angle W = 0.87\,\mathrm{rad} = 50°$

Dunque:

$$w(t) = \mathrm{Re}\left[|W| e^{j\omega t} e^{j\angle W}\right] = 14.9\cos\left(2\pi 10^9 t + 0.87\right)$$

b) $K = V_2 / V_1 = \dfrac{5e^{j\frac{\pi}{3}}}{10e^{j\frac{\pi}{4}}} = 0.5e^{j\frac{\pi}{12}}$

Dunque:

$$k(t) = \mathrm{Re}\left[|K| e^{j\omega t} e^{j\angle K}\right] = 0.5\cos\left(2\pi 10^9 t + \frac{\pi}{12}\right)$$