Fisica dei mezzi trasmissivi – Prof. C. Capsoni
Prova del 29 giugno 2011

1	2	3	4	5

non scrivere nella zona soprastante

COGNOME E NOME ______________________________

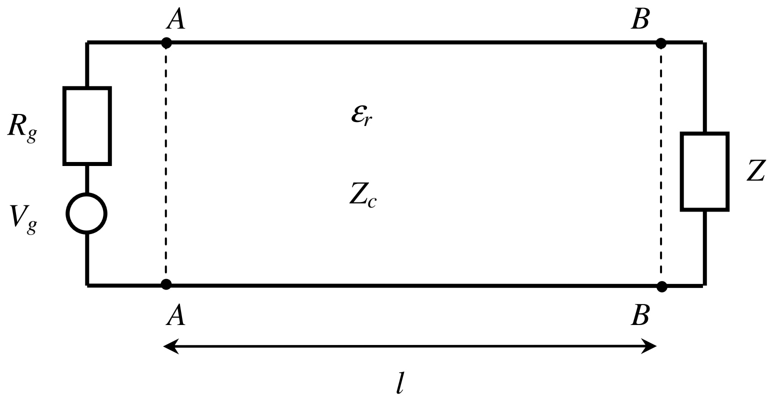
MATRICOLA ______________________________

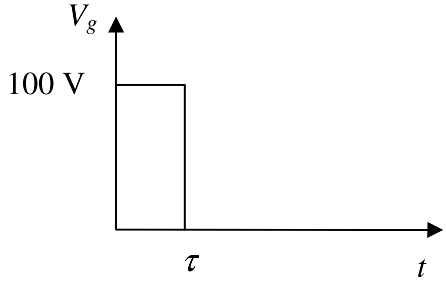
FIRMA ______________________________

Esercizio 1

Un generatore, la cui tensione varia nel tempo come indicato in figura, è collegato a un carico *Z* attraverso una linea di trasmissione senza perdite.

$R_g = 50\ \Omega$
$Z = 20\ \Omega$
$l = 300$ m
$\varepsilon_r = 5$
$\mu_r = 2$
$Z_c = 50\ \Omega$
$\tau = 10$ ns





Si chiede di:

a) calcolare il coefficiente di riflessione sul carico *Z*;
b) calcolare il tempo di propagazione del segnale dal generatore al carico;
c) disegnare l'andamento di V_B, la tensione sul carico, per $0 < t < 10$ μs.

Soluzione:

a) Il coefficiente di riflessione sul carico vale:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = -0.4286$$

b) Il tempo di propagazione vale:

$$t_p = \frac{l}{v} = 3.2\ \mu\text{s} \qquad \text{con} \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = 0.95 \cdot 10^8\ \text{m/s}$$

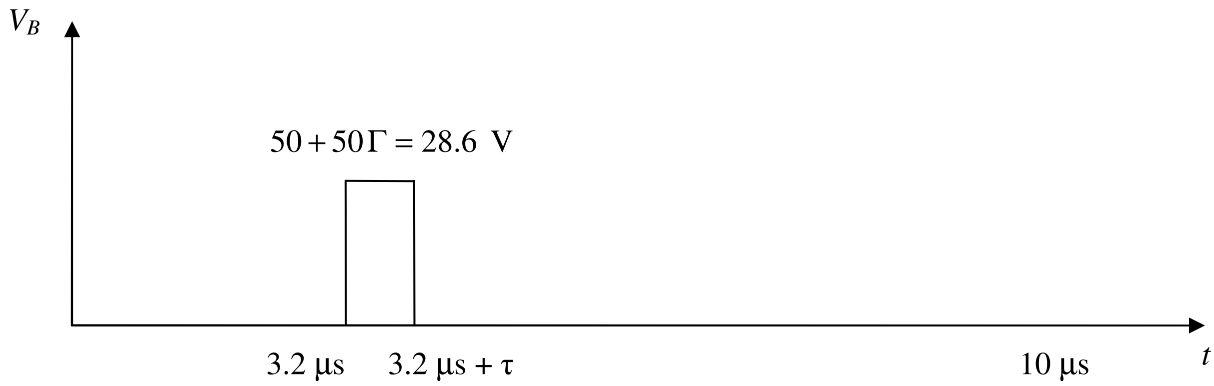
c) Il coefficiente di riflessione (nel tempo) alla sezione AA vale

$$\Gamma_g = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c} = 0$$

Essendo dunque il generatore adattato alla linea, il segnale verrà riflesso al carico una sola volta perché la sua parte riflessa viene assorbita completamente dal generatore. La tensione alla sezione AA si determina con il partitore di tensione fra R_g e Z_c:

$$V_{AA} = \frac{V_g}{2} = 50\ \text{V} \quad (0 < t < 10\ \text{ns})$$

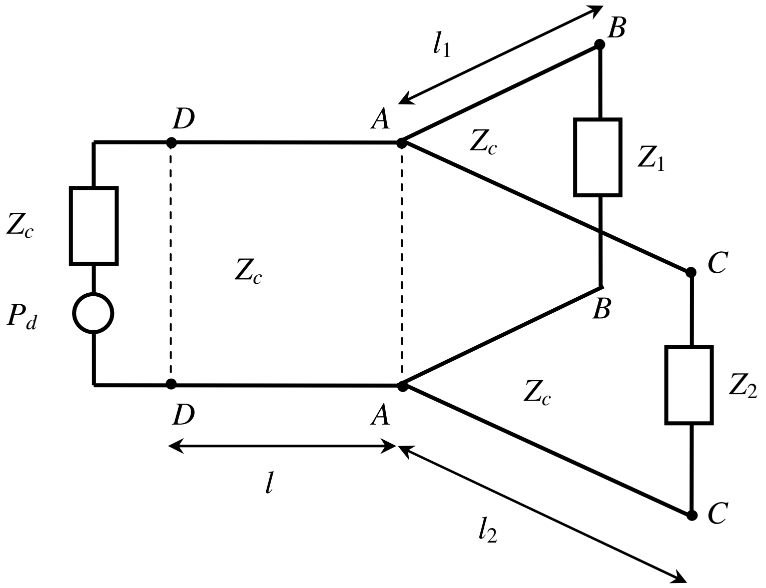
Considerando la sovrapposizione di onda progressiva e regressiva, l'andamento della tensione sul carico sarà dunque il seguente:



Esercizio 2

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (frequenza di operazione $f = 300$ MHz).

a) Determinare il coefficiente di riflessione alla sezione AA.
b) Calcolare la potenza erogata ai carichi Z_1 e Z_2, sapendo che la potenza disponibile al generatore, collegato alla sezione DD e adattato alla linea, è pari a $P_d = 100$ W.
c) Calcolare il modulo della tensione alla sezione BB ($|V_B|$) e alla sezione CC ($|V_C|$).
d) Dimensionare uno stub parallelo da inserire fra la sezione AA e il tratto di linea DD-AA per massimizzare la potenza totale trasferita ai due carichi (si determini in particolare la distanza dalla sezione AA in cui inserire lo stub parallelo e la lunghezza di tale stub).



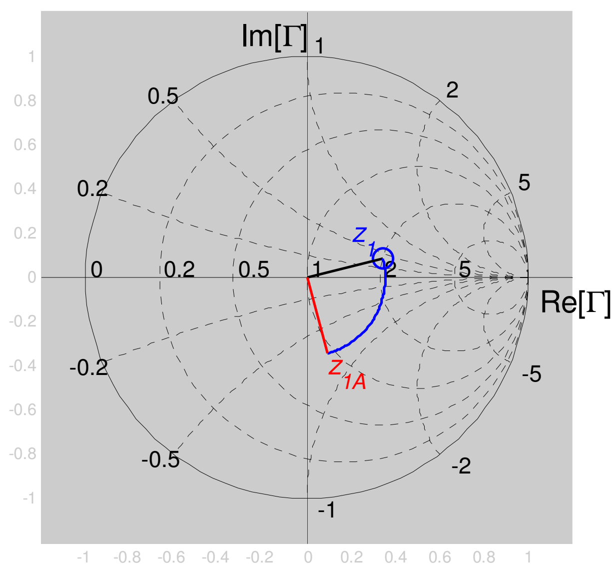
$f = 300$ MHz
$Z_1 = 100 + j\,20\ \Omega$
$Z_2 = 75 - j\,75\ \Omega$
$l = 25$ cm
$l_1 = 12.5$ cm
$l_2 = 1.3$ m
$\varepsilon_r = 1$
$\mu_r = 1$
$Z_c = 50\ \Omega$

Soluzione:

a) Deriviamo l'impedenza totale alla sezione AA usando la Carta di Smith. Innanzi tutto la lunghezza d'onda vale:

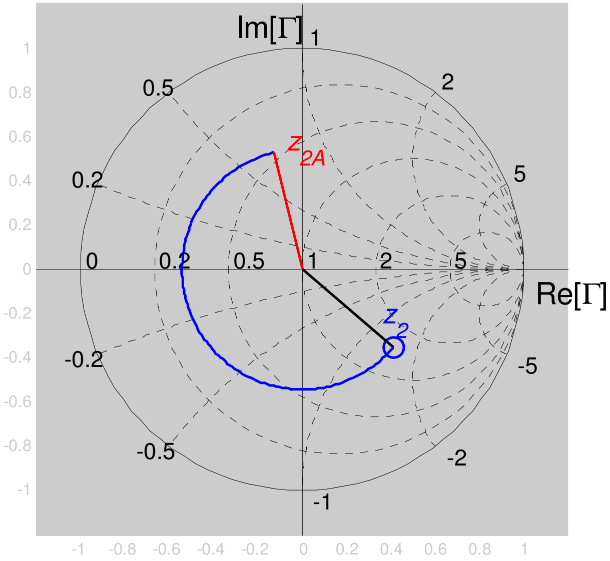
$\lambda = c/f = 1$ m

Per Z_1:



$\overline{Z}_1 = \frac{Z_1}{Z_C} = 2 + j0.4$ e $\bar{l}_1 = \frac{l_1}{\lambda} = 0.125 \Rightarrow \overline{Z}_{1A} = 0.93 - j0.73 \Rightarrow \overline{Y}_{1A} = 0.67 + j0.52$

Per Z_2:



$\overline{Z}_2 = \frac{Z_2}{Z_C} = 1.5 - j1.5$ e $\bar{l}_2 = \frac{l_2}{\lambda} = 1.3 \Rightarrow \overline{Z}_{2A} = 0.46 + j0.68 \Rightarrow \overline{Y}_{2A} = 0.68 - j$

Sommando i carichi in parallelo alla sezione AA:

$\overline{Y}_A = \overline{Y}_{1A} + \overline{Y}_{2A} = 1.35 - j0.48 \Rightarrow \overline{Z}_A = 0.66 + j0.24 \Rightarrow Z_A = 32.8 + j11.8\ \Omega$

Il coefficiente di riflessione alla sezione AA vale:

$$\Gamma_{AA} = \frac{Z_{AA} - Z_c}{Z_{AA} + Z_c} = -0.18 + j0.17$$

b) Il tratto di linea DD-AA è un $\lambda/4$, per cui si ha:

$Z_D = \frac{Z_C^2}{Z_A} = 67.4 - j24.3\ \Omega$ $\qquad |\Gamma_g| = |\Gamma_{DD}| = \left|\frac{Z_{DD} - Z_c}{Z_{DD} + Z_c}\right| = 0.25$

La potenza totale erogata ai due carichi è:

$$P_A = P_d\left(1 - |\Gamma_g|^2\right) = 93.8\ \text{W}$$

Questa potenza viene ripartita fra i due carichi in base alla parte reale dell'ammettenza alla sezione AA:

$P_1 = P_A \frac{\mathrm{Re}[Y_{1A}]}{\mathrm{Re}[Y_{1A}] + \mathrm{Re}[Y_{2A}]} = 46.3\ \text{W}$ $\qquad P_2 = P_A - P_1 = 47.5\ \text{W}$

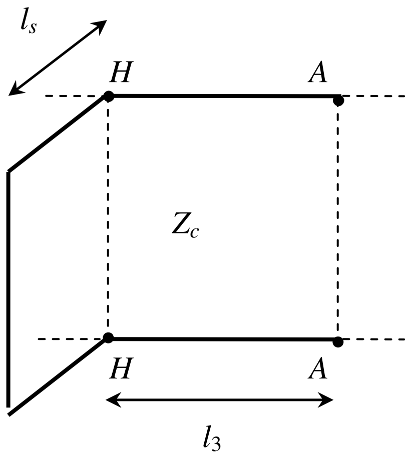
c) Per ogni carico vale la formula:

$$P_x = \frac{1}{2}|V_x|^2\,\mathrm{Re}[Y_x] \Rightarrow |V_x| = \sqrt{\frac{2P_x}{\mathrm{Re}[Y_x]}}$$

Dunque:

$|V_C| = \sqrt{\frac{2P_2}{\mathrm{Re}[Y_2]}} = 119.4\ \text{V}$ $\qquad |V_B| = \sqrt{\frac{2P_1}{\mathrm{Re}[Y_1]}} = 98.1\ \text{V}$

d) La struttura di adattamento è la seguente:



e deve essere dimensionata perché a sinistra della sezione HH si abbia una impedenza equivalente pari a Z_C.
Il primo tratto di linea di neutralizzazione ha lunghezza l_3, determinata dalla Carta di Smith, quando la rotazione incrocia la circonferenza a parte reale 1.

$l_3 = (0.353 - 0.308)\lambda = 4.5 \text{ cm}$

A destra della sezione HH si ha un'ammettenza normalizzata pari a:

$\overline{Y}_H^- = 1 - j0.5$

Lo stub, scelto come corto circuito, deve avere alla sezione HH un'ammettenza normalizzata pari a +j 0.5. La lunghezza l_s si deriva ancora dalla Carta di Smith:

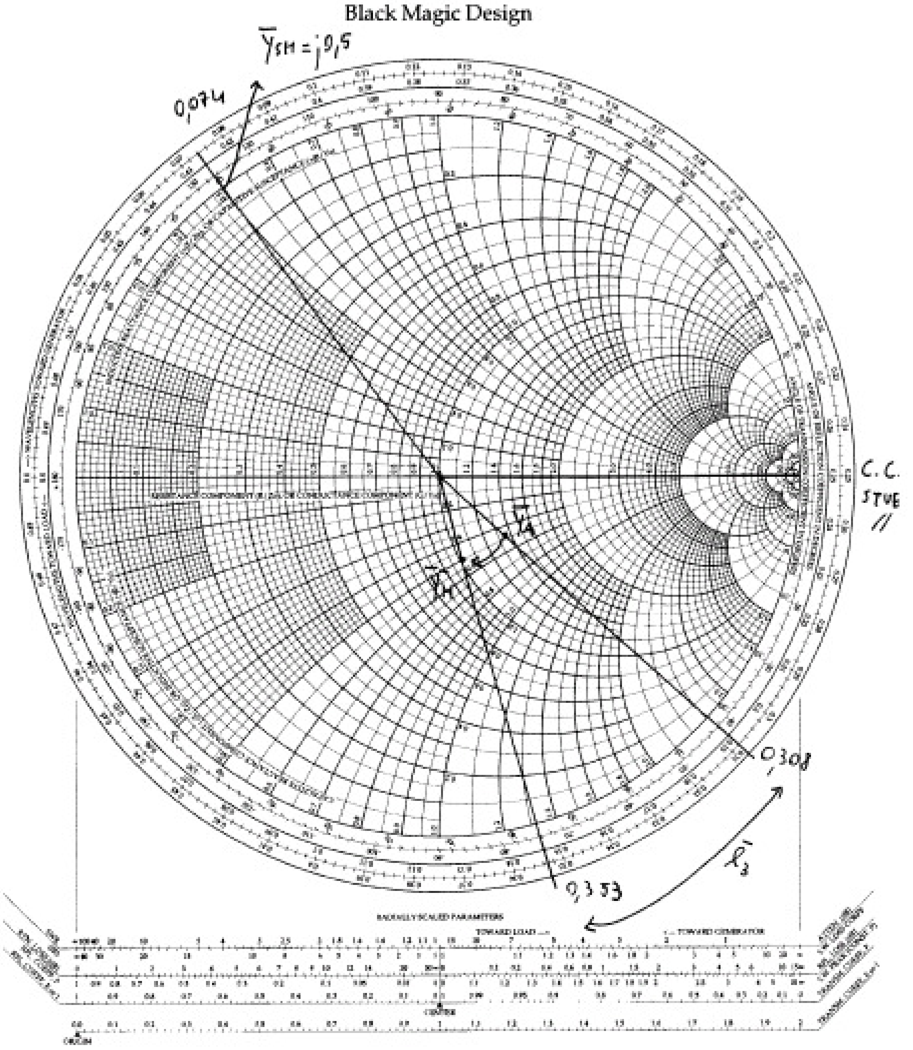
$l_s = (0.25 + 0.074)\lambda = 0.324 \text{ m}$

Dunque a sinistra della sezione HH, si avrà adattamento:

$\overline{Y}_H^+ = \overline{Y}_H^- + \overline{Y}_{SH} = 1 \quad \Rightarrow \quad Z_H^+ = Z_C$

The Complete Smith Chart

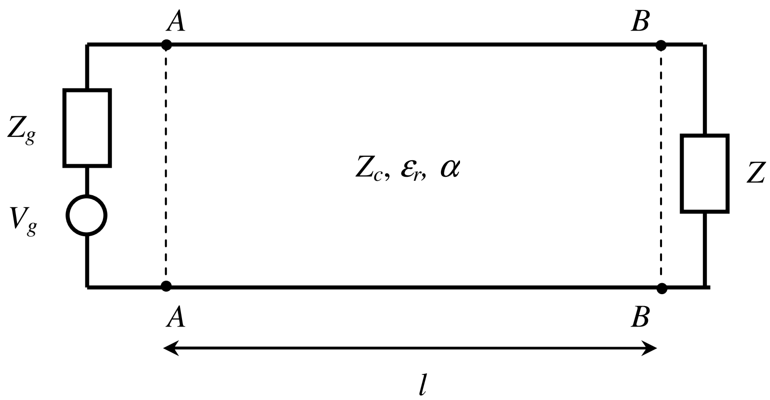
Black Magic Design



Esercizio 3

Sia data una linea con perdite con coefficiente di attenuazione α= 20 dB/km (si veda la figura):

a) dimensionare l perché il modulo del coefficiente di riflessione alla sezione AA sia pari a 0.4.
b) calcolare la potenza assorbita dal carico Z.
c) calcolare la potenza dissipata sulla linea.



$v_g(t) = 20\cos\left(4\pi 10^8 t\right)$ V
$Z_g = 50\ \Omega$
$Z = 120 + j50\ \Omega$
$\varepsilon_r = 1$
$Z_c = 50\ \Omega$

Soluzione:

a) Dai dati di deriva $V_g = 20$ V e $f = 200$ MHz.
Si parte dal coefficiente di riflessione alla sezione BB:

$$|\Gamma_{BB}| = \left|\frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}\right| = 0.486$$

La lunghezza d'onda vale:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 1.5\ \text{m}$$

Si ha:

$$|\Gamma_{AA}| = |\Gamma_{BB}\exp(-2\alpha l)\exp(-j2\beta l)| = |\Gamma_{BB}|\exp(-2\alpha l)$$

Da cui:

$$l = -\frac{1}{2\alpha}\log\left(\frac{|\Gamma_{AA}|}{|\Gamma_{BB}|}\right) = 42.1\ \text{m}$$

con

$\alpha = 20$ dB/km = 20/(8.686·1000) = $2.3\cdot 10^{-3}$ Np/m

b) La potenza assorbita dal carico, dato che il generatore è adattato alla linea (una sola riflessione alla sezione BB), si calcola come:

$$P_L = P_d \exp(-2\alpha l)\left(1 - |\Gamma_{BB}|^2\right)$$

dove

$$P_d = \frac{|V_g|^2}{8\,\mathrm{Re}(Z_g)} = \frac{20^2}{8\cdot 50} = 1\ \text{W}$$

Dunque, $P_L = 0.63$ W.

c) La potenza che passa la sezione AA vale:

$$P_{AA} = P_d \left(1 - \left|\Gamma_{AA}\right|^2\right) = 0.84 \text{ W}$$

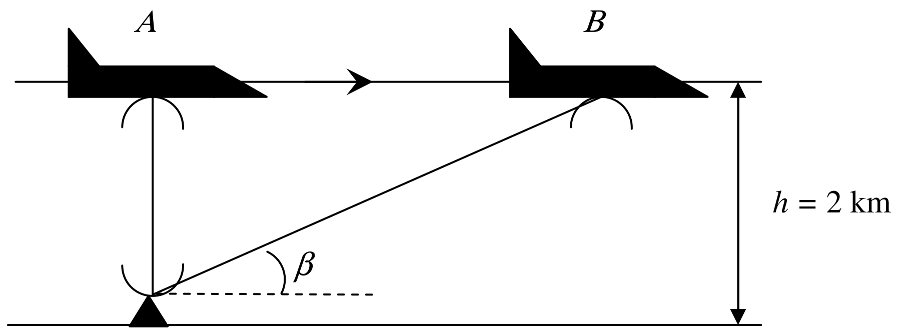
La potenza dissipata sulla linea vale dunque:

$$P_l = P_{AA} - P_L = 0.21 \text{ W}$$

Esercizio 4

Una stazione di terra comunica con un aeromobile a pilotaggio remoto (UAV - unmanned aerial vehicle) attraverso un'antenna con funzione di direttività $f(\theta) = \left(\frac{1+\cos(\theta)}{4}\right)^2$, efficienza $\eta = 0.9$ e direttività $D = 3$. La frequenza di operazione è $f = 800$ MHz, l'antenna a bordo dell'aereo è identica a quella della stazione di terra e la sua potenza di trasmissione è $P_T = 10$ W. Le antenna sono puntate perpendicolarmente al terreno come indicato in figura. L'aereo vola ad un altitudine di $h = 2$ km.

a) Calcolare P_R, la potenza ricevuta dalla stazione di terra nel caso in cui l'aereo si trovi sopra la stazione (posizione A).
b) Verificare se il ricevitore è ancora in grado di mantenere la comunicazione con l'aereo nel caso in cui $\beta = 10°$, considerando una minima potenza ricevibile a terra pari a $P_{min} = -100$ dBm (posizione B).



Soluzione:

ATTENZIONE: c'è un errore nel testo perché la funzione di direttività dovrebbe essere: $f(\theta) = \frac{(1+\cos(\theta))^2}{4}$. La soluzione tuttavia è mostrata per il caso $f(\theta) = \left(\frac{1+\cos(\theta)}{4}\right)^2$

a) La potenza ricevuta a terra vale:

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi(h)^2} G A_E$$

dove G è il guadagno dell'antenna a bordo dell'aereo e vale:

$$G = D\eta_R = 2.7$$

mentre A_E è l'area equivalente dell'antenna di terra e si ottiene come:

$$A_E = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \approx 0.03 \text{ m}^2$$

dove $\lambda = c/f = 0.375$ m.

In questo caso non entrano in gioco le funzioni di direttività perché le antenne sono puntate in modo ottimo.

Si ottiene:

$$P_R = 1.6 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

b) Nel caso B, bisogna considerare le funzioni di direttività delle antenne e la loro maggior distanza:
$L = h / \sin(\beta)$
In questo caso il link budget vale:

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi(L)^2} G A_E \left[f(\theta)\right]^2 = \frac{P_T}{4\pi(h)^2} G A_E \left[\sin(\beta)\right]^2 \left(\frac{1+\cos(90-\beta)}{4}\right)^4 = 3.6 \cdot 10^{-12} \text{ W}$$

La potenza minima ricevibile a terra vale:
P_{min} = -100 dBm = 10^{-13} W
Essendo $P_R > P_{min}$, la stazione di terra riesce ancora a comunicare con l'aereo se $\beta = 10°$.

Esercizio 5 (FACOLTATIVO)

Sia data la seguente onda in regime sinusoidale stazionario:

$$v_1(t,x) = 20\cos\left(6.3\cdot 10^9 t + 41.9x\right)$$

a) Derivarne l'espressione fasoriale.
b) Calcolarne la frequenza.
c) Calcolare la costante di propagazione.
d) Indicare la direzione di propagazione.
e) Determinare la permittività elettrica relativa del mezzo in cui si propaga l'onda (assumere materiale non magnetico).
f) Data l'onda

$$v_2(t,x) = 10\cos\left(6.3\cdot 10^9 t - 41.9x + \pi/4\right)$$

calcolare $v_3(t, x = 3m) = v_1(t, x = 3m) + v_2(t, x = 3m)$ nella forma:
$v_3(t, x = 3m) = A\cos(6.3\cdot 10^9 t + \phi)$

Soluzione:

a) $V_1 = 20e^{j41.9x}$

b) $\omega = 2\pi f = 6.3\cdot 10^9 \quad \Rightarrow \quad f = \dfrac{\omega}{2\pi} \approx 1$ GHz

c) $\beta = 41.9$ rad/m

d) La direzione di propagazione è $-x$

e) $\beta = \dfrac{\omega}{v} = 41.9 \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{\omega}{\beta} = 1.5\cdot 10^8$ m/s

Da cui:

$\sqrt{\varepsilon_r} = \dfrac{c}{v} = 2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_r = 4$

f) $V_2 = 10e^{-j41.9x}$

In $x = 3$:

$V_1 = 20e^{j125.7} = 19.9 + j0.7$

$V_2 = 10e^{-j(125.7+\pi/4)} = 7.3 + j6.8$

$V_3 = V_1 + V_2 = 27.2 + j7.5 = 28.2e^{j0.27}$

$v_3(t, x = 3m) = 28.2\cos(6.3\cdot 10^9 t + 0.27)$