Fisica dei mezzi trasmissivi – Prof. C. Capsoni
Prova del 19 luglio 2011

1	2	3	4	5

non scrivere nella zona soprastante

COGNOME E NOME ______________________________

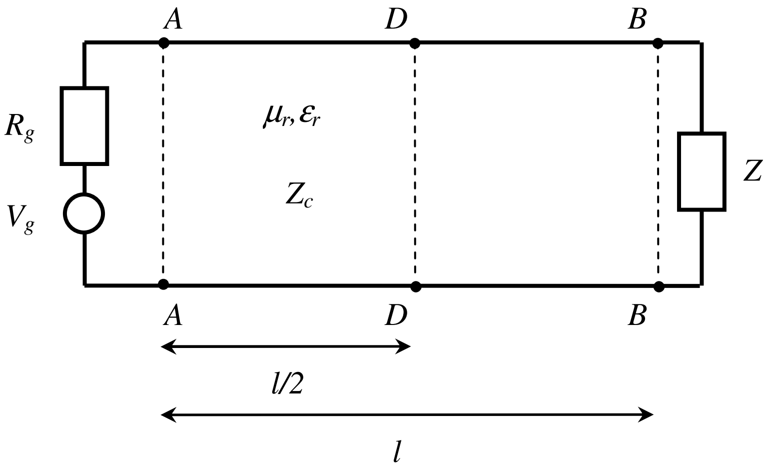
MATRICOLA ______________________________

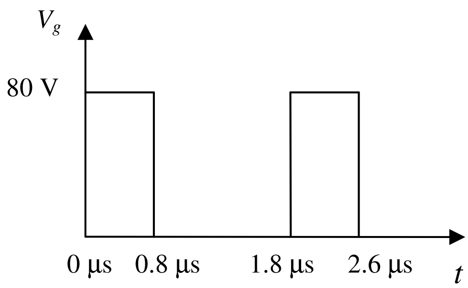
FIRMA ______________________________

Esercizio 1

Un generatore, la cui tensione varia nel tempo come indicato in figura, è collegato ad un carico *Z* attraverso una linea di trasmissione senza perdite.

$R_g = 50\ \Omega$
$Z = 30\ \Omega$
$l = 270$ m
$\varepsilon_r = 4$
$\mu_r = 1$
$Z_c = 50\ \Omega$





Si chiede di:

a) calcolare il coefficiente di riflessione sul carico *Z*;
b) calcolare il tempo di propagazione del segnale dal generatore al carico;
c) disegnare l'andamento di V_D, la tensione a metà della linea di trasmissione, per $0 < t < 10$ μs.

Soluzione:

a) Il coefficiente di riflessione sul carico vale:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = -0.25$$

b) Il tempo di propagazione vale:

$$t_p = \frac{l}{v} = 1.8\ \mu s \qquad \text{con} \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = 1.5 \cdot 10^8\ \text{m/s}$$

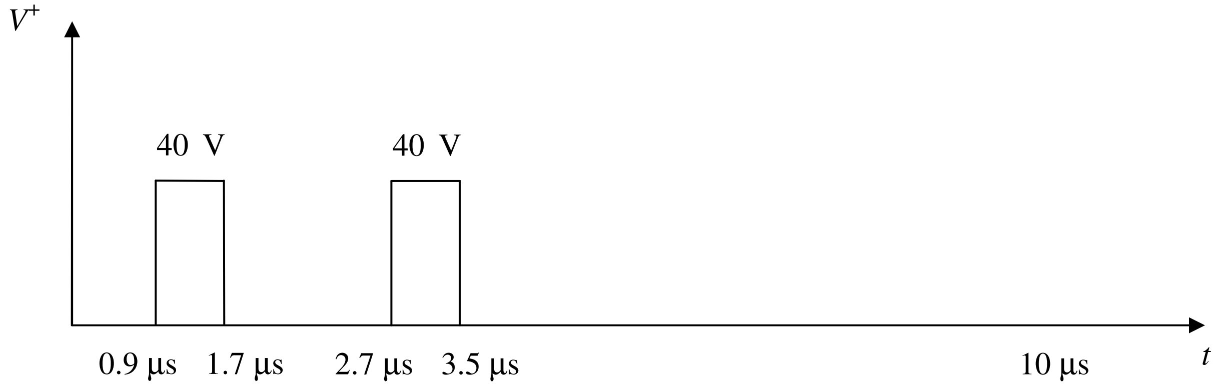
c) Il coefficiente di riflessione (nel tempo) alla sezione AA vale:

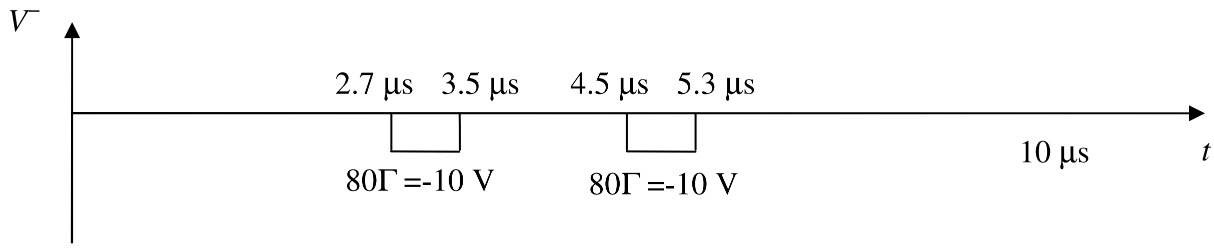
$$\Gamma_g = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c} = 0$$

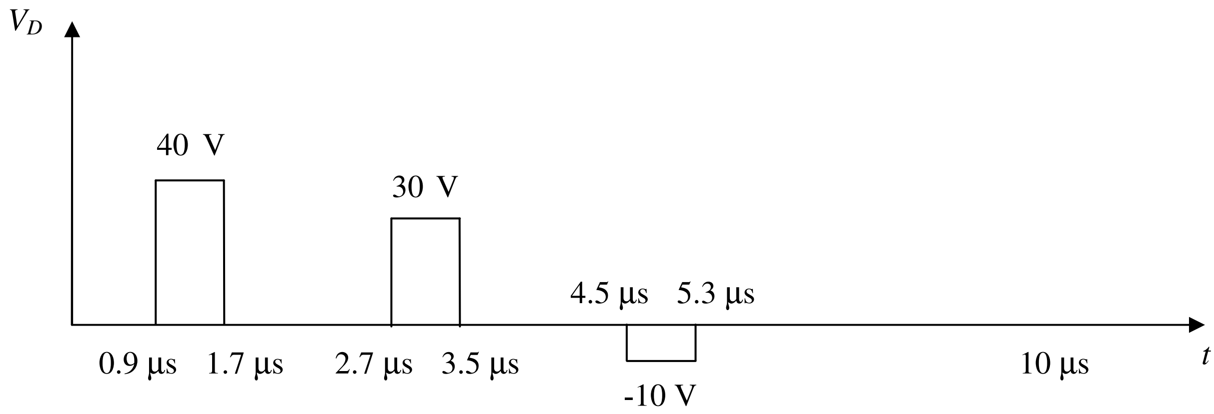
Essendo dunque il generatore adattato alla linea, il segnale verrà riflesso al carico una sola volta perché la sua parte riflessa viene assorbita completamente dal generatore. La tensione alla sezione AA si determina con il partitore di tensione fra R_g e Z_c:

$$V_{AA} = \frac{V_g}{2} = 40\ \text{V} \quad (0 < t < 0.8\ \mu s \text{ e } 1.8 < t < 2.6\ \mu s)$$

L'andamento della tensione misurato a metà della linea, V_D, è sovrapposizione di onda progressiva V^+ e onda regressiva V^-. In particolare si avrà:



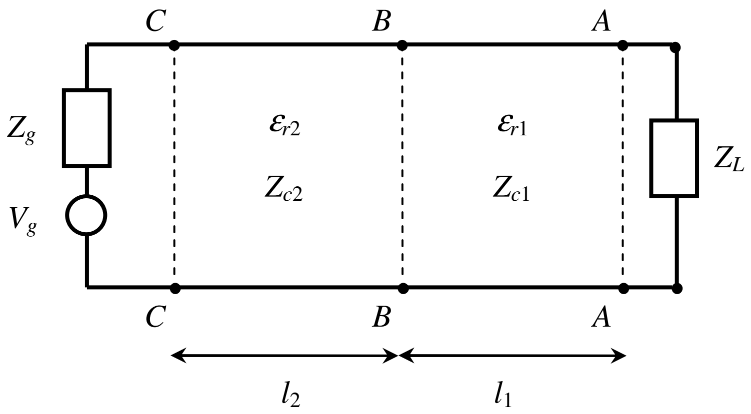




Esercizio 2

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (frequenza di operazione f = 600 MHz).

a) Dimensionare la lunghezza l_1 perché il carico alla sezione BB sia reale.
b) Dimensionare l_2 perché il carico alla sezione CC sia adattato al generatore.
c) Calcolare la potenza assorbita dal carico Z_L con l_1 e l_2 determinati nei punti precedenti.
d) Calcolare il modulo della tensione sula carico (alla sezione AA).
e) Sempre considerando l_1 e l_2 determinati nei punti precedenti, calcolare la potenza assorbita dal carico se Z_L = j 75 Ω e se Z_L è un corto circuito.



f = 600 MHz
Z_L = 25 + j 75 Ω
ε_{r1} = 1
ε_{r2} = 25
Z_{c1} = 50 Ω
Z_{c2} = 70 Ω
Z_g = 14 Ω
V_g = 10 V

Soluzione:

a) Passando sulla carta di Smith si ha:

$\overline{Z}_L = Z_L / Z_{c1} = 0.5+j1.5$

Ruotando in senso orario a pari modulo di Γ fino a incrociare l'asse reale di Γ, si ottiene:

$\overline{Z}_{B1} = 7$ e $\overline{l}_1 = 0.25 - 0.163 = 0.087$

da cui:

$Z_B = 350\ \Omega$ e $l_1 = 0.0435\ \text{m}$

essendo la lunghezza d'onda nel tratto l_1 pari a 0.5 m.

b) Rinormalizzando il carico Z_B rispetto a Z_{c2}:

$\overline{Z}_{B2} = Z_B / Z_{c2} = 5$

Perché il carico alla sezione CC sia adattato al generatore, deve essere:

$Z_C = Z_g = 14\ \Omega$ ossia $\overline{Z}_C = Z_g / Z_{c2} = 0.2$

Sulla carta di Smith si nota che ciò si ottiene ruotando di 0.25, ossia di $\lambda_2/4 = 0.025\ \text{m}$, essendo:

$$\lambda_2 = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_{r2}}} = 0.1\ \text{m}$$

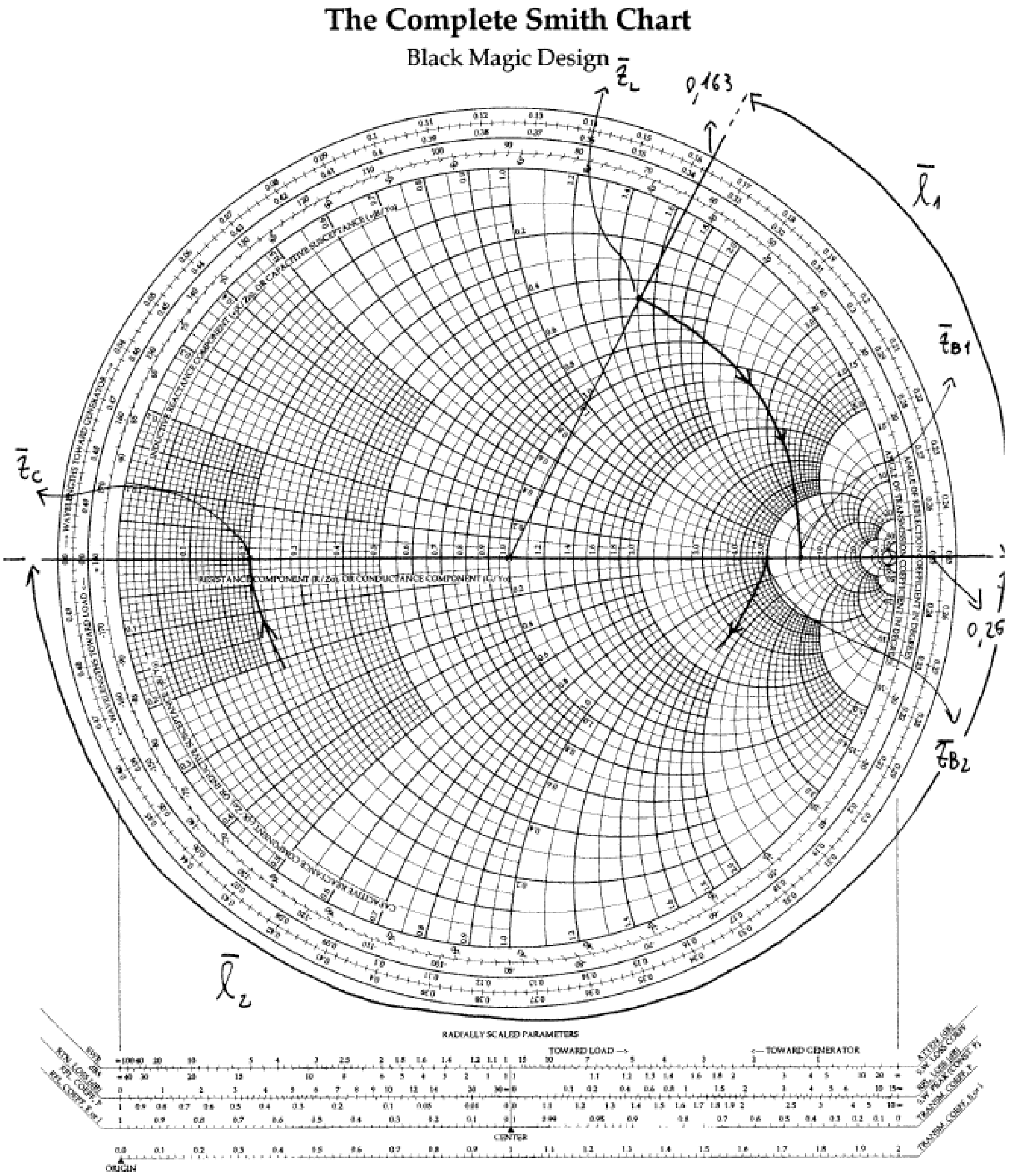
c) Essendoci adattamento, la potenza assorbita dal carico è tutta la potenza disponibile al generatore:

$$P_L = P_d = \frac{|V_g|^2}{8\,\mathrm{Re}(Z_g)} = 0.89 \text{ W}$$

d) Il modulo della tensione sul carico si ottiene come:

$$|V_A| = \sqrt{\frac{2P_L}{\mathrm{Re}(Y_L)}} = 21.1 \text{ V}$$

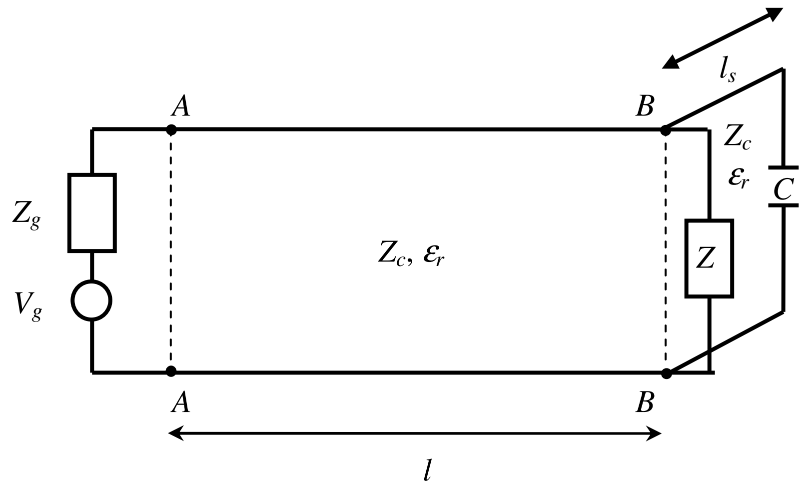
e) In entrambi i casi, il carico è puramente reattivo e dunque la potenza assorbita è nulla.



Esercizio 3

Sia dato il circuito in figura:

a) dimensionare la lunghezza l_s per massimizzare la potenza assorbita dal carico Z.
b) calcolare la potenza assorbita dal carico dopo aver effettuato il dimensionamento al punto a).
c) considerando una linea con perdite, determinare il massimo valore del coefficiente di attenuazione α (in dB/km) perché il carico assorba almeno 0.05 W di potenza.



$$v_g(t) = 10\cos\left(2\pi 10^8 t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$

$Z_g = 50\ \Omega$
$Z = 50 + \mathrm{j}100\ \Omega$
$\varepsilon_r = 1$
$Z_c = 50\ \Omega$
$l = 90$ m
$C = 31.831$ pF

Soluzione:

a) Il condensatore corrisponde a un'impedenza:

$$Z_{cond} = \frac{1}{j\omega C} = -j50\,\Omega \quad \Rightarrow \quad \overline{Z}_{cond} = Z_{cond} / Z_c = -j \quad \Rightarrow \quad \overline{Y}_{cond} = 1/\overline{Z}_{cond} = j$$

Il carico normalizzato alla sezione BB vale:

$$\overline{Z} = 1 + j2 \quad \Rightarrow \quad \overline{Y} = 1/\overline{Z} = 0.2 - j0.4$$

Perché il condensatore sia visto alla sezione BB come un'impedenza puramente reattiva di valore +j0.4, dalla carta di Smith, l_s deve essere pari a:

$$\overline{l}_s = (0.5 - 0.125) + 0.061 = 0.436 \quad \Rightarrow \quad l_s = 1.308 \text{ m}$$

essendo la lunghezza d'onda pari a $c/f = 3$ m ($f = 100$ MHz).
In questo modo l'impedenza totale alla sezione BB, contributo di Z e del condensatore, vale:

$$\overline{Y}_B = 0.2 - j0.4 + j0.4 = 0.2 \quad \Rightarrow \quad Z_B = 250\,\Omega$$

b) La lunghezza l è multiplo della lunghezza d'onda, per cui l'impedenza vista alla sezione AA vale:

$$Z_A = Z_B = 250\,\Omega$$

Dunque, la potenza assorbita dal carico Z vale:

$$P_L = P_d\left(1 - |\Gamma_g|^2\right) = 0.1389 \text{ W}$$

con:

$$|\Gamma_g| = \left|\frac{Z_A - Z_g}{Z_A + Z_g}\right| = 0.667 \qquad \text{e} \qquad P_d = 0.25 \text{ W}$$

c) Nel caso di linea con perdita, essendo Z_g = Z_c (no discontinuità alla sezione AA), la potenza assorbita dal carico vale:

$$P_L = P_d\, e^{-2\alpha l}\left(1-\left|\Gamma_B\right|^2\right) \text{ W}$$

dove $\left|\Gamma_B\right| = 0.667$. Deve essere $P_L > 0.05$ W, da cui:

$$\alpha < -\frac{1}{2l}\log\left(\frac{0.05}{Pd\left(1-\left|\Gamma_B\right|^2\right)}\right) = 0.0057 \text{ Np/m} \approx 49.5 \text{ dB/km}$$

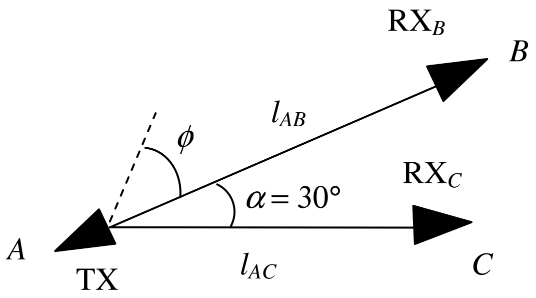
Esercizio 4

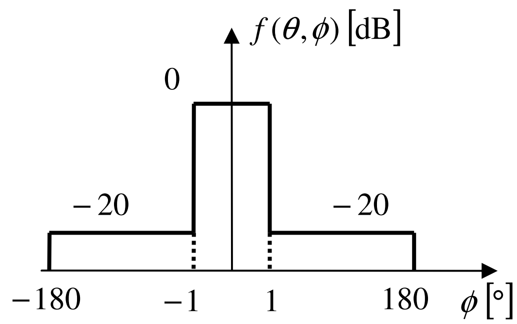
Un apparato a radiofrequenza posto in A, TX, e operante a 12 GHz, trasmette un segnale elettromagnetico a un ricevitore posto in B, RX_B, posto a una distanza l_{AB} = 15 km dal punto A (la figura indica le antenne, che si trovano sullo stesso piano, viste dall'alto). Le due antenne sono puntate ottimamente e hanno le seguenti caratteristiche: paraboloidi circolari di diametro D = 1 m, efficienza η = 0.7, funzione di direttività indicata in figura a destra (valore unitario costante tra -1° e 1°).
La potenza trasmessa da TX è pari a P_T = 1 W.

a) Calcolare la potenza ricevuta da RX_B.

Si consideri un altro ricevitore, RX_C, posto in C a una distanza l_{AC} = 5 km dal punto A (puntamento ottimo di C verso A).

b) Assumendo l'antenna posta in C dello stesso tipo di quella posta in B (eccetto la dimensione), se ne determini il diametro perché RX_C riceva la stessa potenza di RX_B.





Soluzione:

a) La potenza ricevuta in B vale:

$$P_{RB} = \frac{P_T}{4\pi (l_{AB})^2} G_A A_E = 2.15 \ \mu\text{W} \quad \text{(antenne puntate ottimamente)}$$

con $A_E = \eta \, A_{geom} = \eta \, (D/2)^2 \pi = 0.55 \ \text{m}^2$ e $G_A = A_E \, 4\pi / \lambda^2 = 11054$

b) Per il ricevitore in C è necessario considerare la funzione di direttività del trasmettitore:
$f(\alpha)$ = -20 dB = 0.01

$$P_{RC} = \frac{P_T}{4\pi (l_{AC})^2} f_A(\alpha) G_A A_{EC} = P_{RB} \quad \Rightarrow \quad A_{EC} = \frac{P_{RB} 4\pi (l_{AC})^2}{P_T f_A(\alpha) G_A} = 6.1 \ \text{m}^2$$

$$A_{EC} = \eta \, (D_C / 2)^2 \pi \quad \Rightarrow \quad D_C = 2\sqrt{\frac{A_{EC}}{\eta\pi}} \approx 3.33 \ \text{m}$$

Esercizio 5 (FACOLTATIVO)

Sia data un'onda piana il cui campo elettrico ha la seguente espressione:

$$\vec{E}(y,t) = \vec{\mu}_x 5\cos\left(2\pi 10^9 t - 20.944\, y\right) \text{ V/m}$$

a) Derivarne l'espressione fasoriale.
b) Indicare la frequenza.
c) Indicare la costante di propagazione.
d) Indicare la direzione di propagazione.
e) Calcolare il vettore campo magnetico $\vec{H}(y,t)$ associato all'onda (in dipendenza dello spazio e del tempo).

Soluzione:

a) $\vec{E}(y) = \vec{\mu}_x 5\, e^{-j20.944\, y}$ V/m
b) $f = 1$ GHz
c) $\beta = 20.944$ rad/m
d) La direzione di propagazione è y.
e) $\beta = \dfrac{\omega}{v} = 20.944 \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{\omega}{\beta} = 3 \cdot 10^8$ m/s = c
L'onda si propaga nel vuoto → $\eta = \eta_0 \approx 377\ \Omega$

Considerando direzione di propagazione e polarizzazione dell'onda, si ha:

$$\vec{H}(y) = -\vec{\mu}_z \frac{5}{\eta} e^{-j20.944\, y} = -\vec{\mu}_z 13.3\, e^{-j20.944\, y} \text{ mA/m}$$

$$\vec{H}(y,t) = -\vec{\mu}_z 13.3\cos\left(2\pi 10^9 t - 20.944\, y\right) \text{ mA/m}$$