Fisica dei mezzi trasmissivi – Prof. C. Capsoni
1 febbraio 2012

1	2	3	4	5	6	7

non scrivere nella zona soprastante

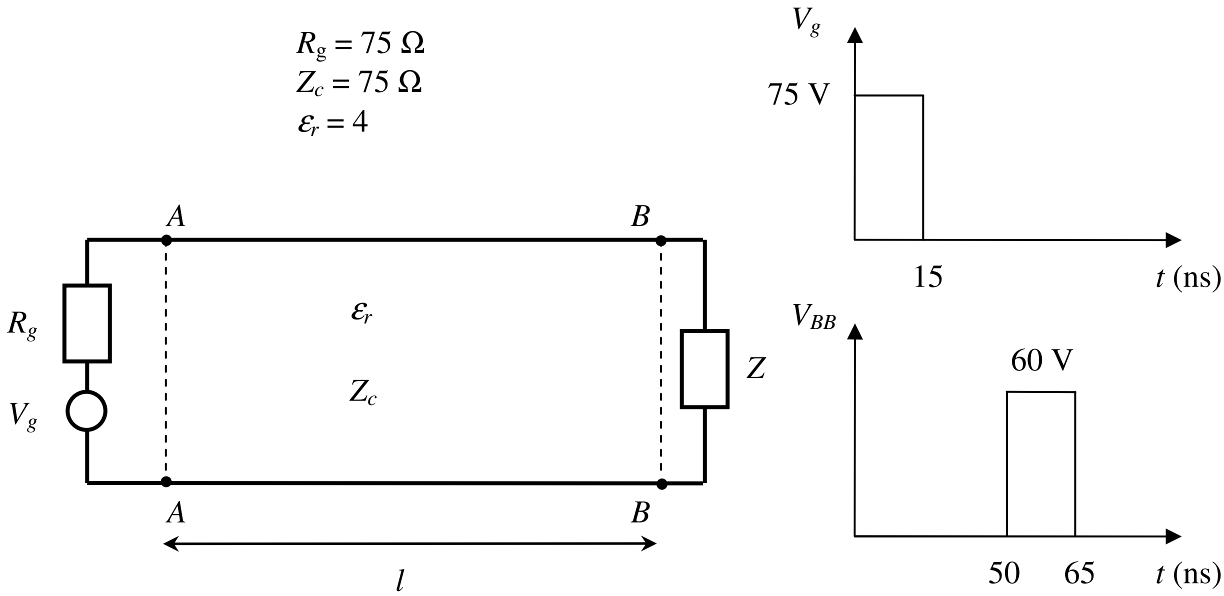
COGNOME E NOME ______________________________

MATRICOLA ______________________________

FIRMA ______________________________

Esercizio 1

Un generatore, la cui tensione V_g varia nel tempo come indicato in figura, è collegato ad un carico Z attraverso una linea di trasmissione senza perdite. In figura è riportato anche l'andamento nel tempo della tensione sul carico, V_{BB}.



Si chiede di:

a) Calcolare la lunghezza della linea.
b) Calcolare il coefficiente di riflessione alla sezione BB.
c) Calcolare il valore del carico Z.

Soluzione:

a) La velocità di propagazione del segnale vale:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 1.5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Dunque la lunghezza della linea (il tempo di propagazione dalla sezione AA alla sezione BB si deduce dal grafico della tensione sul carico → T = 50 ns):
$l = vT = 7.5 \text{ m}$

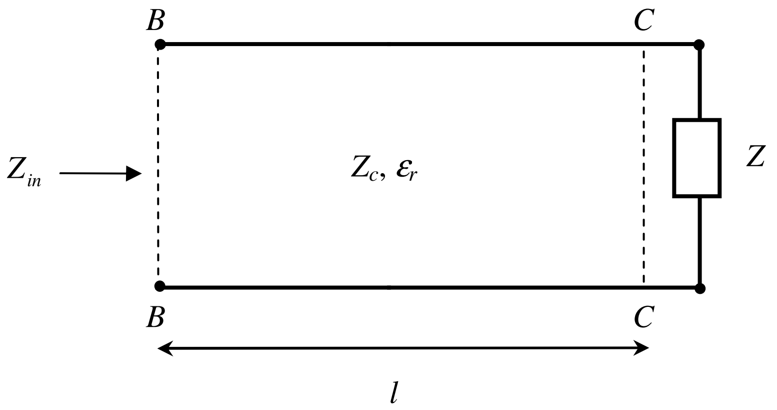
b) Per il calcolo del coefficiente di riflessione vale:
$$60 = V^+ \left(1 + \Gamma_{BB}\right)$$
dove V^+ è la tensione che incide sulla sezione BB ed è calcolata dal partitore di tensione alla sezione AA:
$$V^+ = V_g \frac{Z_c}{Z_c + R_g} = \frac{V_g}{2} = 37.5 \text{ V}$$
Dunque:
$$\Gamma_{BB} = \frac{60}{37.5} - 1 = 0.6$$

c) Vale:
$$\Gamma_{BB} = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = 0.6$$
Da cui:
$$Z = Z_c \frac{1 + \Gamma_{BB}}{1 - \Gamma_{BB}} = 300 \ \Omega$$

Esercizio 2

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (regime sinusoidale stazionario con frequenza di operazione f = 500 MHz).

a) Determinare l'impedenza di ingresso Z_{in} (sezione BB).



f = 500 MHz
Z = 100 + j 50 Ω
Z_c = 50 Ω
l = 0.1 m
ε_r = 9

Soluzione:

La lunghezza d'onda nel tratto di linea vale:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 0.2 \text{ m}$$

Da cui si ricava la lunghezza l:

$$\bar{l} = \frac{l}{\lambda} = 0.5$$

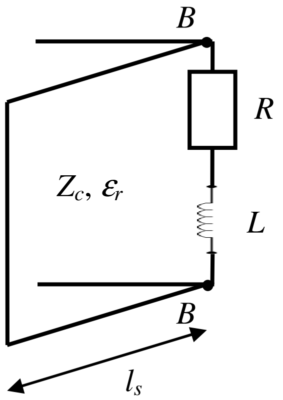
Il tratto di linea è un $\lambda/2$ (giro completo sulla carta di Smith) e dunque, semplicemente, l'impedenza di ingresso della linea vale esattamente Z:

$$Z_{in} = Z_{BB} = Z = 100 + j50 \;\;\Omega$$

Esercizio 3

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (regime sinusoidale stazionario con frequenza di operazione f = 500 MHz).

a) Determinare la lunghezza del tratto di stub (l_S) per annullare l'effetto della capacità alla sezione BB.



f = 500 MHz
R = 200 Ω
ε_r = 9
Z_c = 50 Ω
L = 31.831 nH

Soluzione:

La lunghezza d'onda nel tratto di stub vale:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 0.2 \text{ m}$$

L'impedenza formata dal carico R e dall'induttanza L vale:

$$Z = R + j2\pi f L = 200 + j100 \ \Omega$$

Normalizzando il carico rispetto all'impedenza caratteristica della linea si ottiene:

$$\overline{Z} = \frac{Z}{Z_c} = 4 + j2 \quad \Rightarrow \quad \overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} = 0.2 - j0.1$$

Dunque, per annullare l'effetto dell'induttanza, il valore del corto circuito riportato alla sezione BB (in ammettenza) deve valere:

$$\overline{Y}_{S,BB} = j0.1$$

In modo che l'ammettenza totale alla sezione BB valga:

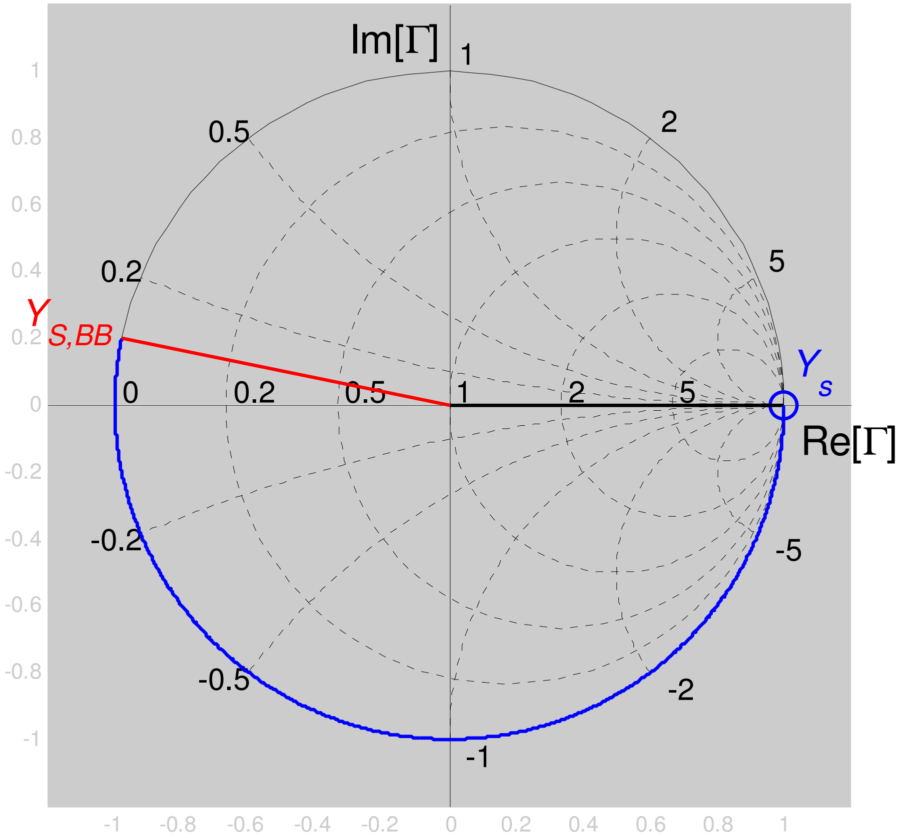
$$\overline{Y}_{BB} = \overline{Y} + \overline{Y}_{S,BB} = 0.2 \quad \Rightarrow \quad Y_{BB} = \overline{Y}_{BB} Y_c = 0.004 \text{ S}$$

Passando sulla carta di Smith si ottiene:

$$\bar{l}_S = (0.25 + 0.016) = 0.266$$

Da cui:

$$l_S = l_S \lambda = 0.0532 \text{ m}$$

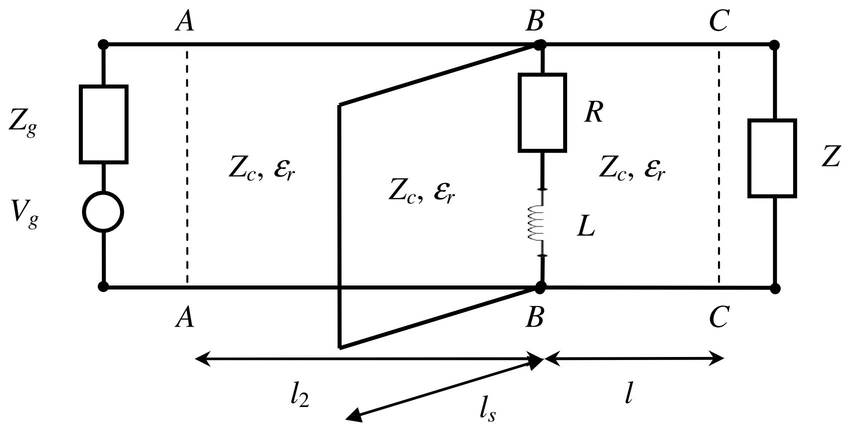


Im[Γ]
Re[Γ]
$Y_{S,BB}$
Y_s
0
0.2
0.5
1
2
5
-0.2
-0.5
-1
-2
-5

Esercizio 4

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (composizione dei circuiti degli esercizi 2 e 3). Calcolare:

a) La potenza che passa la sezione AA.
b) (FACOLTATIVO) Determinare la potenza assorbita separatamente dal carico Z e dal carico R.



$V_g = 100$ V
$Z_g = 75\ \Omega$
$Z = 100 + \mathrm{j}\, 50\ \Omega$
$l = 0.1$ m
$l_2 = 0.05$ m
$f = 500$ MHz
$R = 200\ \Omega$
$\varepsilon_r = 9$
$Z_c = 50\ \Omega$
$L = 31.831$ nH

Soluzione:

a) Dall'esercizio 2 → il carico Z riportato alla sezione BB vale $Z'_{BB} = Z = 100 + j50$, da cui:

$$Y'_{BB} = \frac{1}{Z'_{BB}} = 0.008 - j\,0.004 \text{ S}$$

Dall'esercizio 3 → il carico totale dato da R, L e dallo stub si ha:

$$Y''_{BB} = 0.004 \text{ S}$$

Il carico totale alla sezione BB vale:

$$Y_{BB} = Y'_{BB} + Y''_{BB} = 0.012 - j0.004 \text{ S} \quad \Rightarrow \quad Z_{BB} = 1/Y_{BB} = 75 + j25\ \Omega$$

La lunghezza l_2 normalizzata vale:

$$\bar{l}_2 = \frac{l_2}{\lambda} = 0.25 \qquad \left(\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 0.2 \text{ m} \right)$$

Essendo l_2 un $\lambda/4$, si ottiene facilmente:

$$Z_{AA} = \frac{Z_c^2}{Z_{BB}} = 30 - j10\ \Omega$$

Il coefficiente di riflessione alla sezione AA vale:

$$\left|\Gamma_g\right| = \left|\frac{Z_{AA} - Z_g}{Z_{AA} + Z_g}\right| = 0.437$$

Dunque la potenza che passa la sezione AA vale:

$$P_{AA} = P_d \left(1-\left|\Gamma_g\right|^2\right) = \frac{\left|V_g\right|^2}{8\operatorname{Re}\left(Z_g\right)}\left(1-\left|\Gamma_g\right|^2\right) = 13.48 \text{ W}$$

b) La potenza che passa la sezione AA viene tutta assorbita dai carichi Z e R. La ripartizione della potenza si ottiene osservando le ammettenze dei due carichi alla sezione BB:

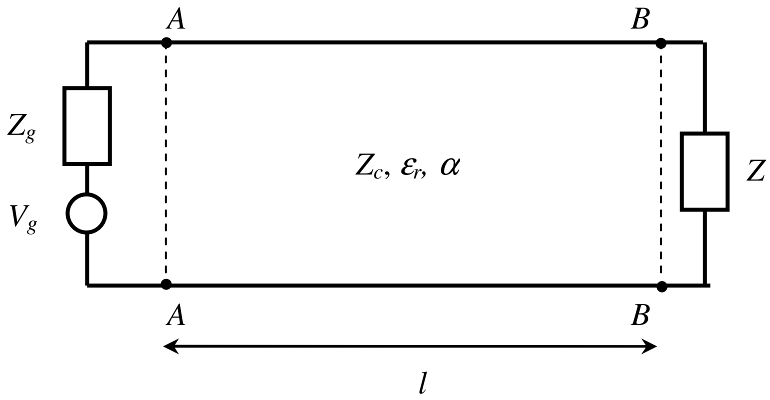
$P_Z = P_{AA} \dfrac{\operatorname{Re}\left(Y_{BB}^{'}\right)}{\operatorname{Re}\left(Y_{BB}^{'}\right)+\operatorname{Re}\left(Y_{BB}^{''}\right)} = 8.99 \text{ W}$ è la potenza assorbita dalla parte reale del carico Z

$P_R = P_{AA} - P_Z = 4.49 \text{ W}$ è la potenza assorbita dal carico R

Esercizio 5

Sia data una linea con perdite con coefficiente di attenuazione α = 20 dB/km (si veda la figura). Calcolare:

a) La potenza che passa oltre la sezione AA (ossia la potenza ceduta dal generatore al sistema linea+carico) se Z_g = 75 Ω.
b) La potenza assorbita dal carico se Z_g = 50 Ω.



$v_g(t) = 50\cos\left(2\pi 10^8 t\right)$ V
Z = 100+j100 Ω
l = 85.65 m
ε_r = 4
Z_c = 50 Ω

Soluzione:

a) Il coefficiente di riflessione alla sezione AA vale ($Z_g \neq Z_c \neq Z$):

$$\Gamma_{AA} = \Gamma_{BB}\, e^{-2\alpha l} e^{-2j\beta l}$$

Sulla carta di Smith ciò corrisponde ad una rotazione e una compressione di Γ.

$$\Gamma_{BB} = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = 0.54 + j0.31$$

La lunghezza d'onda vale:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 1.5 \text{ m}$$

mentre il carico normalizzato all'impedenza caratteristica della linea vale:

$$\bar{Z} = \frac{Z}{Z_c} = 2 + j2$$

Da cui:

$$\bar{l} = \frac{l}{\lambda} = 57.1 = 57 + 0.1$$

Considerando:

$\alpha = 20$ dB/km = 20/(8.686·1000)= 2.3·10^{-3} Np/m

$\exp\left(-2\alpha l\right) = 0.67$

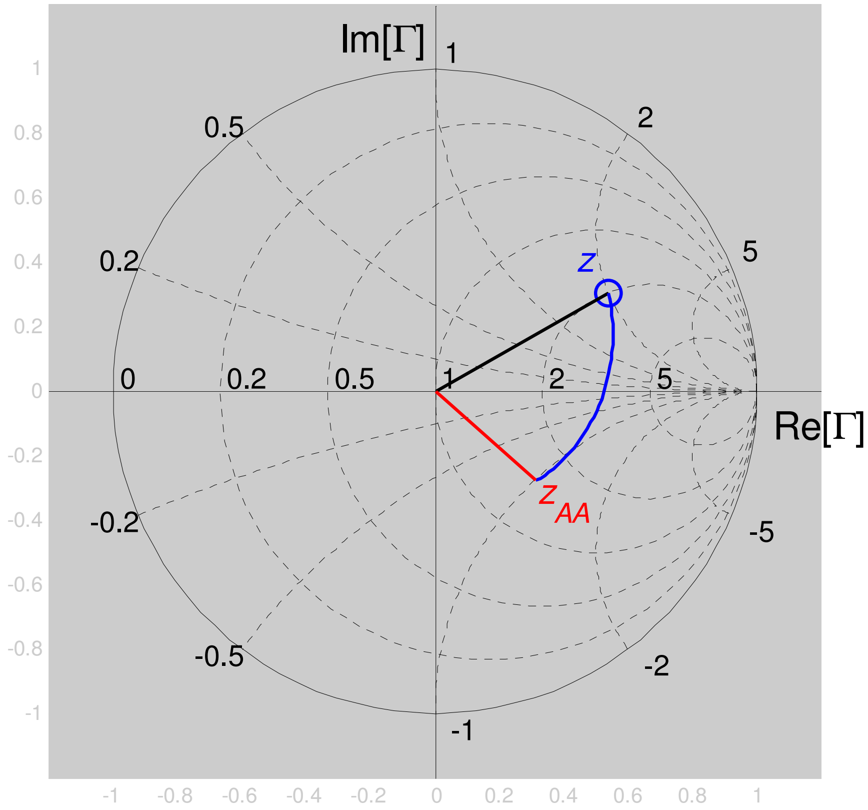
Si legge $\bar{Z}_{AA}$ direttamente sulla carta di Smith:

$$\bar{Z}_{AA} = 1.5 - j \quad \Rightarrow \quad Z_{AA} = 75 - j50 \ \Omega$$

$$\left|\Gamma_g\right| = \left|\frac{Z_{AA} - Z_g}{Z_{AA} + Z_g}\right| = 0.316$$

La potenza che passa la sezione AA vale:

$$P_{AA} = P_d\left(1-\left|\Gamma_g\right|^2\right) = \frac{\left|V_g\right|^2}{8\,\mathrm{Re}\left(Z_g\right)}\left(1-\left|\Gamma_g\right|^2\right) = 3.75\ \ \mathrm{W}$$



b) La potenza assorbita dal carico in questo caso si calcola semplicemente come ($Z_g = Z_c \neq Z$):

$$P_L = P_d \exp(-2\alpha l)\left(1-\left|\Gamma_{BB}\right|^2\right)\ \mathrm{W}$$

dove

$$P_d = \frac{\left|V_g\right|^2}{8\,\mathrm{Re}\left(Z_g\right)} = \frac{50^2}{8\cdot 50} = 6.25\ \ \mathrm{W} \quad \mathrm{e} \quad \left|\Gamma_{BB}\right| = \left|\frac{Z-Z_c}{Z+Z_c}\right| = 0.623$$

Dunque, come deve essere, $P_L = 2.56$ W.

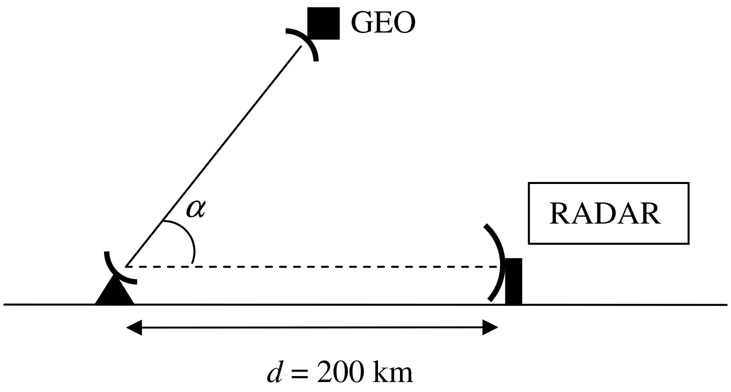
Esercizio 6

Un radar meteorologico operante in banda S (f = 2.8 GHz), in un dato istante, è in modalità ricezione e si trova puntato ottimamente verso una stazione di terra che trasmette ad un satellite geostazionario utilizzando la stessa frequenza del radar (si faccia riferimento allo schema sottostante).

Il sistema radar ha le seguenti caratteristiche: potenza minima rilevabile dal ricevitore P_m = - 80 dBm; guadagno G_{rad} = 25 dB.

La stazione di terra ha le seguenti caratteristiche: funzione di direttività $f_S(\theta) = [\cos(\theta)]^5$, direttività D_S = 10.41 dB; efficienza $\eta_S = 0.6$; elevazione del collegamento Terra-satellite α = 30°.

Calcolare la potenza massima P_t che la stazione di terra può emettere senza interferire col sistema radar (ossia che la potenza ricevuta dal radar sia minore della sensibilità del suo ricevitore).



Soluzione:

Il link budget è il seguente:

$$P_m = S_S\, A_{rad} = \frac{P_t}{4\pi(d)^2} G_S f_S(\alpha)\, A_{rad}$$

dove G_S è il guadagno dell'antenna della stazione ricevente e A_{rad} è l'area equivalente associata all'antenna del sistema radar.

$$G_S = D_S \eta_S \approx 6.6$$

$$A_{rad} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{rad} \approx 0.29 \text{ m}^2$$

con $\lambda = c/f = 0.107$ m e $G_{rad} \approx 316$.

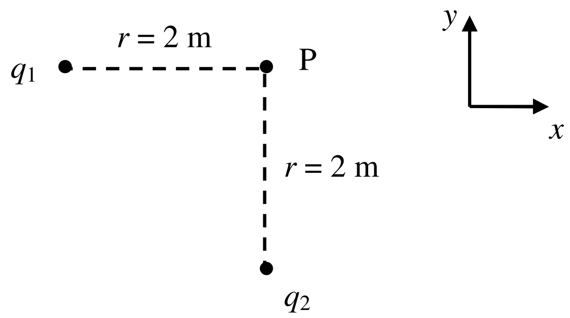
Invertendo la formula del link budget si ottiene la potenza P_t:

$$P_t = \frac{P_m}{G_S f_S(\alpha)\, A_{rad}} 4\pi(d)^2 = 5.4 \text{ W}$$

con $P_m = 1\cdot 10^{-11}$ W e $f_S(\alpha) \approx 0.487$

Esercizio 7 (FACOLTATIVO)

Siano date due cariche puntiformi di valore q_1 = 1 nC e q_2 = 2 nC disposte come in figura. Calcolare il vettore campo elettrico totale (modulo, direzione e verso) nel punto P.

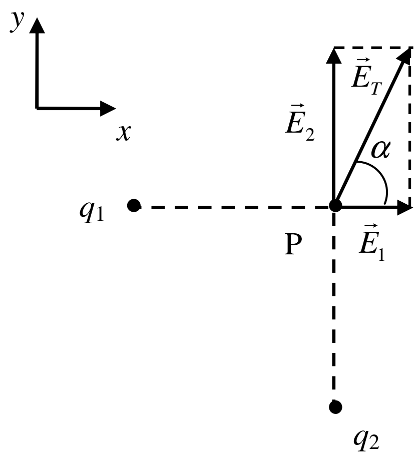


Soluzione:

Il campo elettrico generato dalle cariche puntiformi è diretto come in figura:

$$\vec{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{\mu}_x = 2.25\vec{\mu}_x \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{\mu}_y = 4.5\vec{\mu}_y \text{ V/m}$$



Il campo totale vale dunque:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2.25\vec{\mu}_x + 4.5\vec{\mu}_y \text{ V/m}$$

$$\left|\vec{E}_T\right| = 5.03 \text{ V/m}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\left|\vec{E}_2\right|}{\left|\vec{E}_1\right|}\right) \approx 63.4°$$