Fisica dei mezzi trasmissivi – Prof. C. Capsoni
Prova del 5 luglio 2012

1	2	3	4	5

non scrivere nella zona soprastante

COGNOME E NOME ____

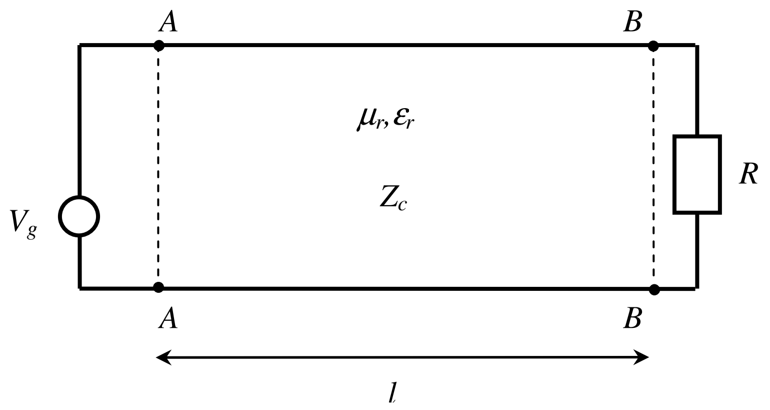
MATRICOLA ____

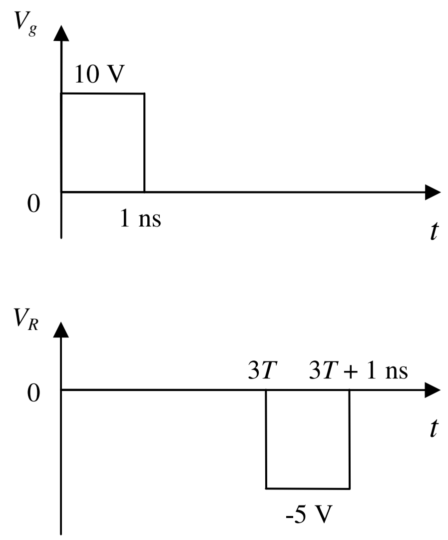
FIRMA ____

Esercizio 1

Un generatore, la cui tensione varia nel tempo come indicato in figura, è collegato ad un carico R attraverso una linea di trasmissione senza perdite di lunghezza l. E' noto anche l'andamento nel tempo della tensione sul carico R, V_R (si veda figura, dove T è il tempo di propagazione del segnale dalla sezione AA alla sezione BB).

$l = 250$ m
$\varepsilon_r = 9$
$\mu_r = 1$
$Z_c = 75\ \Omega$





Si chiede di:
a) calcolare il coefficiente di riflessione (definito nel dominio del tempo) alla sezione AA;
b) calcolare il valore di T;
c) calcolare il valore di R.

Soluzione:

a) Il coefficiente di riflessione alla sezione AA vale:

$$\Gamma_{AA} = \frac{0 - Z_c}{0 + Z_c} = -1$$

b) La velocità di propagazione del segnale vale:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = 1 \times 10^8 \text{ m/s}$$

e dunque il tempo di propagazione del segnale dal generatore al carico vale:

$$T = \frac{l}{v} = 2.5 \ \mu\text{s}$$

c) La tensione iniziale alla sezione AA, essendo nulla la resistenza interna del generatore, vale:

$$V_{AA} = V_g = 10 \text{ V} \quad (0 < t < 1 \text{ ns})$$

Dopo T, il segnale è giunto al carico e viene riflesso; si avrà dunque:

$$V_R = V_{AA}(1 + \Gamma_{BB}) \text{ V} \quad (T < t < T + 1 \text{ ns})$$

Essendo Γ_{BB} il coefficiente di riflessione alla sezione BB.

Dopo $2T$, il segnale viene completamente riflesso dal generatore (e cambia segno) e a $3T$ arriva nuovamente al carico:

$$V_R = -V_{AA}\Gamma_{BB}(1 + \Gamma_{BB}) \text{ V} \quad (3T < t < 3T + 1 \text{ ns})$$

Dunque si può scrivere:

$$V_R = -V_{AA}\Gamma_{BB}(1 + \Gamma_{BB}) = -5 \quad \Rightarrow \quad V_{AA}\Gamma_{BB}^2 + V_{AA}\Gamma_{BB} - 5 = 0$$

Risolvendo si ottiene:

$$\Gamma_{BB}^{'} = 0.366 \quad \text{e} \quad \Gamma_{BB}^{''} = -1.366$$

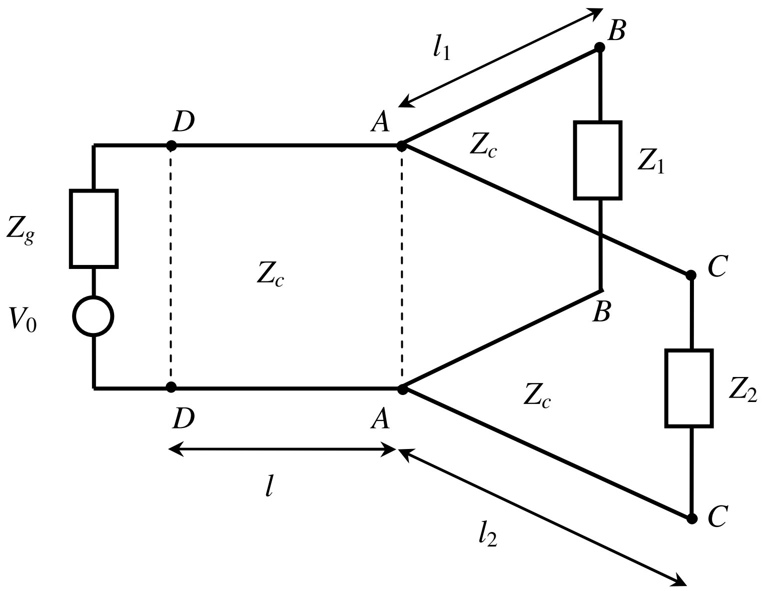
La soluzione fisicamente accettabile è la prima, dalla quale si ottiene:

$$R = Z_c \frac{1 + \Gamma_{BB}^{'}}{1 - \Gamma_{BB}^{'}} = 161.6 \ \Omega$$

Esercizio 2

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (frequenza di operazione f = 400 MHz, $\varepsilon_r = \mu_r = 1$ e Z_c = 50 Ω ovunque).

a) Dimensionare la lunghezza l_1 perché sia abbia un carico complessivo puramente reale alla sezione AA.
b) Nella situazione a), calcolare il coefficiente di riflessione alla sezione DD (rispetto al generatore).
c) Nella situazione a), calcolare la potenza assorbita separatamente dai due carichi.



f = 400 MHz
Z_1 = 200 + j 40 Ω
Z_2 = 75 - j 75 Ω
l = 30 cm
l_2 = 1.6 m
ε_r = 1
μ_r = 1
Z_c = 50 Ω
Z_g = 75 Ω
V_0 = 10 V

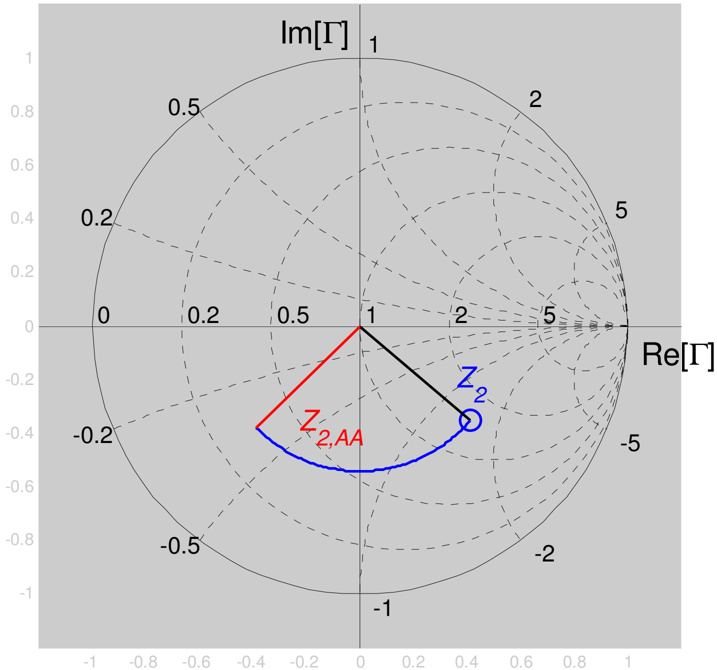
Soluzione:

a) L lunghezza d'onda vale:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\mu_r\,\varepsilon_r}} = 0.75 \text{ m}$$

Normalizzando il carico Z_2 rispetto a Z_c e la lunghezza l_2 rispetto a λ, e utilizzando la carta di Smith, si ottiene:

$\overline{Z}_{2,AA} = 0.34 - j0.37 \rightarrow \overline{Y}_{2,AA} = 1.35 + j1.47$



Per ottenere un carico puramente reale alla sezione AA, è necessario annullare la parte immaginaria di $\overline{Y}_{2,AA}$ usando il carico Z_1. Ciò si ottiene ruotando a pari modulo di Γ sulla carta di Smith finché si incrocia la linea a parte immaginaria normalizzata pari a $-j1.47$.

Si ha:

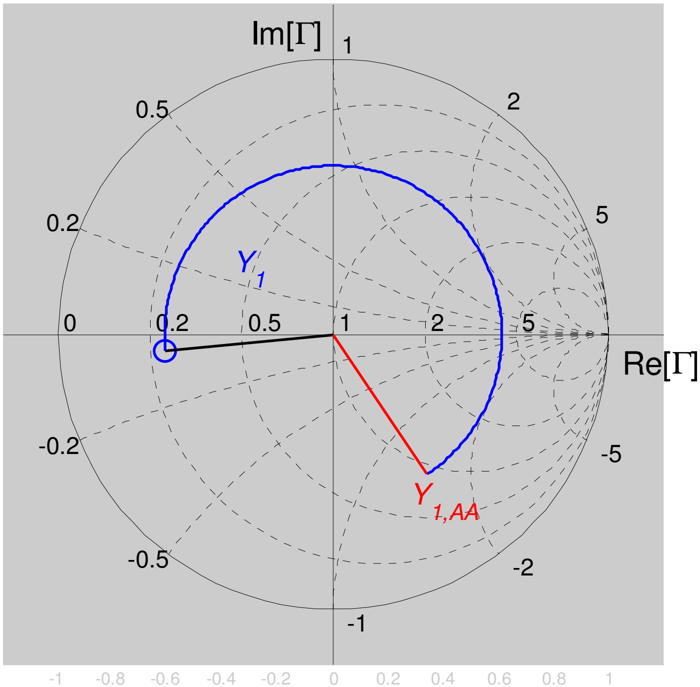
$\overline{Y}_1 = 0.24 - j0.05$

Usando la carta di Smith si ottiene:

$\overline{Y}_{1,AA} = 0.9 - j1.47$

E ciò corrisponde ad una rotazione di circa:

$\bar{l}_1 = (0.5 - 0.492) + 0.328 = 0.336 \quad \Rightarrow \quad l_1 = 0.252 \text{ m}$



Si ottiene dunque un carico complessivo alla sezione AA:

$\bar{Y}_{AA} = \bar{Y}_{1,AA} + \bar{Y}_{2,AA} = 2.25 \quad \Rightarrow \quad Z_{AA} = 22.2\ \Omega$

b) Alla sezione AA vale:

$\Gamma_{AA} = \dfrac{Z_{AA} - Z_c}{Z_{AA} + Z_c} = -0.385$ e $\bar{Z}_{AA} = 0.44$

Si ha:

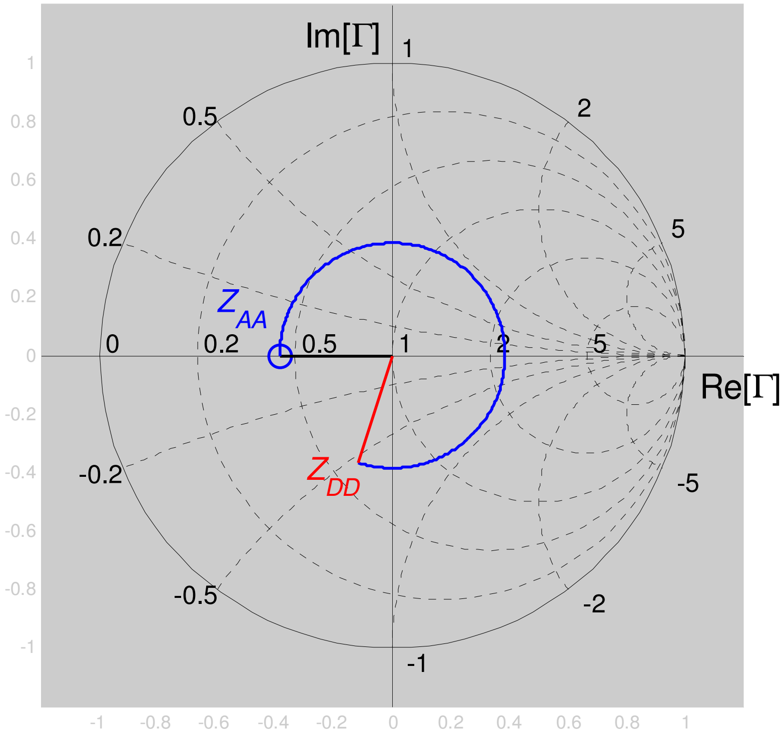
$\bar{l}_1 = 0.4$

Dalla carta di Smith si ottiene:

$\bar{Z}_{DD} = 0.62 - j0.53 \quad \Rightarrow \quad Z_{DD} = 31 - j26.5\ \Omega$

Dunque il coefficiente di riflessione alla sezione DD vale:

$\Gamma_g = \dfrac{Z_{DD} - Z_g}{Z_{DD} + Z_g} = -0.33 - j0.33$



c) La potenza assorbita dai due carichi vale:

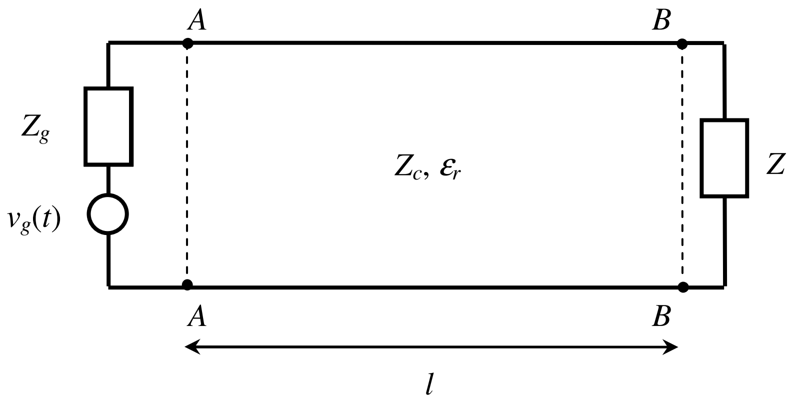
$$P_L = P_d\left(1-\left|\Gamma_g\right|^2\right) = 0.13\ \text{W}$$

P_L si ripartisce sue due carichi in base alle parti reali di $Y_{1,AA}$ e $Y_{2,AA}$:

$$P_{L1} = P_L \frac{\text{Re}\left(Y_{1,AA}\right)}{\text{Re}\left(Y_{1,AA}\right)+\text{Re}\left(Y_{1,BB}\right)} = 0.052\ \text{W} \quad \text{e} \quad P_{L2} = P_L - P_{L1} = 0.078\ \text{W}$$

Esercizio 3

Facendo riferimento al circuito in figura, determinare il massimo valore del coefficiente di attenuazione α accettabile perché il carico riceva almeno un terzo della potenza disponibile al generatore P_d. Calcolare, nelle suddette condizioni, la potenza dissipata sulla linea.



$v_g(t) = 10\cos\left(1.59\pi 10^9 t\right)$ V
Z_g = 50 Ω
Z_c = 50 Ω
Z = 100+j100 Ω
l = 100 m

Soluzione:

a) Dalla forma d'onda del generatore si ottengono:
V_g = 10 V
f = 0.795 GHz

La potenza assorbita dal carico è data da:

$$P_L = P_d\, e^{-2\alpha l}\left(1-\left|\Gamma_{BB}\right|^2\right)$$

dove:

$$\Gamma_{BB} = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = 0.54 + j0.31$$

Imponendo che $P_L = P_d/3$, si ottiene:

$$e^{-2\alpha l} = \frac{1}{3\left(1-\left|\Gamma_{BB}\right|^2\right)} = 0.542$$

Si ottiene dunque:

$$\alpha = \frac{\ln(0.542)}{(-2l)} = 0.0031 \text{ Np/m}$$

Convertendo si ha:

$$\alpha = 26.6 \text{ dB/km}$$

b) Il modulo del coefficiente di riflessione alla sezione AA vale:

$$\left|\Gamma_{AA}\right| = \left|\Gamma_{BB}\, e^{-2\alpha l}\right| = 0.336$$

Dato che c'è adattamento alla sezione del generatore, si ha:

$$\left|\Gamma_{AA}\right| = \left|\Gamma_g\right|$$

La potenza che passa la sezione AA vale:

$$P_{AA} = P_d\left(1-\left|\Gamma_g\right|^2\right) = 0.222 \text{ W}$$

con

$$P_d = \frac{\left|V_g\right|^2}{8\,\mathrm{Re}\left(Z_g\right)} = 0.25 \text{ W}$$

Dunque la potenza dissipata sulla linea vale:

$$P_{diss} = P_{AA} - P_L = 0.139 \text{ W}$$

ricordando di aver imposto:

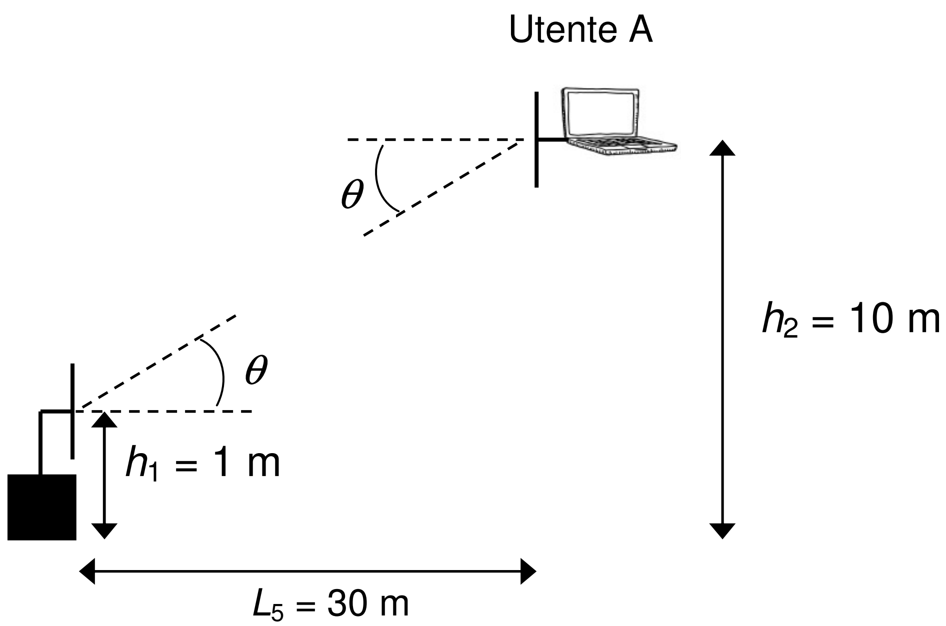
$$P_L = P_d / 3 = 0.083 \text{ W}$$

Esercizio 4

L'utente A vuole connettersi ad internet attraverso un hotspot WiFi (f = 2.4 GHz). Facendo riferimento alla figura sottostante, si considerino antenne identiche in trasmissione e in ricezione, le cui caratteristiche sono: efficienza η = 0.6; funzione di direttività $f_T(\theta)=\left[\frac{\cos(90\sin\theta)}{\cos\theta}\right]^2$, direttività D = 2.15 dB.

Determinare P_T, la potenza di trasmissione dell'hotspot WiFi necessaria perché la potenza ricevuta dalla scheda di rete del PC dell'utente A sia almeno pari a $P_R = 7.61\times10^{-11}$ W.

Determinare inoltre in quale/i posizione/i deve essere posto l'utente A, rispetto all'hotspot WiFi, perché, indipendentemente dalla distanza fra i due, la scheda di rete non riceva segnale.



Soluzione:

a) L'angolo θ si ottiene dalla geometria del problema come:

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{h_2-h_1}{L_5}\right)=16.7°$$

mentre la distanza fra le due antenne vale:

$$L=\sqrt{(h_2-h_1)^2+(L_5)^2}=31.32\ \text{m}$$

La funzione di direttività vale dunque:

$$f_T=0.883$$

Applicando la formula del link budget si ha:

$$P_R=P_T\eta Df_T\left(\frac{\lambda}{4\pi L}\right)^2\eta Df_T$$

Invertendo la formula si ottiene:
$P_T = 1 \text{ mW}$

b) La scheda di rete non riceve segnale dall'hotspot WiFi nelle direzioni in cui si annulla la funzione di direttività f_T, ossia per $\theta = \pm 90°$.

Esercizio 5

Sia data un'onda piana di tipo TEM (vettore di propagazione, vettore campo elettrico e vettore campo magnetico tutti perpendicolari tra loro) che si propaga nel vuoto, il cui vettore fasore campo magnetico vale:

$\vec{H} = \vec{\mu}_y - \vec{\mu}_z$ mA/m

L'onda si propaga in direzione $\vec{\mu}_x$.
Calcolare il vettore fasore campo elettrico (modulo, direzione e verso).

Soluzione:

Si può considerare l'onda come composizione di due onde a polarizzazione perpendicolare:

$\vec{H}_1 = \vec{\mu}_y$ V/m

$\vec{H}_2 = -\vec{\mu}_z$ V/m

I moduli del campo elettrico associati a queste onde valgono:

$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = \eta_0 = 0.377$ V/m

Per determinare le direzioni di suddetti vettori, si applica la regola della mano destra, per cui si ha:

$\vec{E}_1 = -0.377\,\vec{\mu}_z$ V/m

$\vec{E}_2 = -0.377\,\vec{\mu}_y$ V/m

Dunque il modulo del campo elettrico totale vale:

$\left|\vec{E}\right| = 0.533$ V/m

ed è orientato come in figura.