Fisica dei mezzi trasmissivi – Prof. C. Capsoni
Prova del 20 febbraio 2012

1	2	3	4	5

non scrivere nella zona soprastante

COGNOME E NOME ______________________________

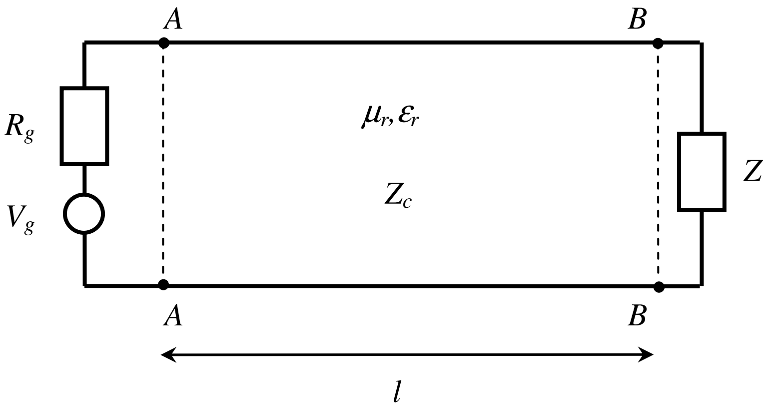
MATRICOLA ______________________________

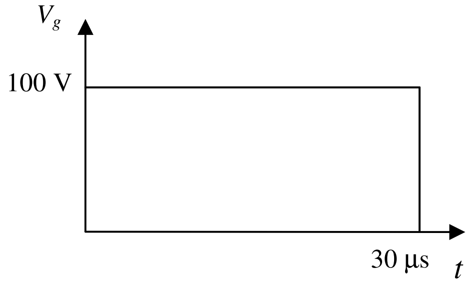
FIRMA ______________________________

Esercizio 1

Un generatore, la cui tensione varia nel tempo come indicato in figura, è collegato ad un carico Z attraverso una linea di trasmissione senza perdite.

$R_g = 70\ \Omega$
$Z = 10\ \Omega$
$l = 250$ m
$\varepsilon_r = 16$
$\mu_r = 9$
$Z_c = 70\ \Omega$





Si chiede di:

a) calcolare il coefficiente di riflessione sul carico Z;
b) disegnare l'andamento di V_{BB}, la tensione sul carico per $0 < t < 60$ µs;
c) disegnare l'andamento di V_{AA}, la tensione alla sezione del generatore per $0 < t < 60$ µs.

Soluzione:

a) Il coefficiente di riflessione sul carico vale:

$$\Gamma_{BB} = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = -0.75$$

b) + c) Il coefficiente di riflessione alla sezione del generatore vale:

$$\Gamma_{AA} = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c} = 0$$

La velocità di propagazione del segnale vale:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = 2.5 \times 10^7 \text{ m/s}$$

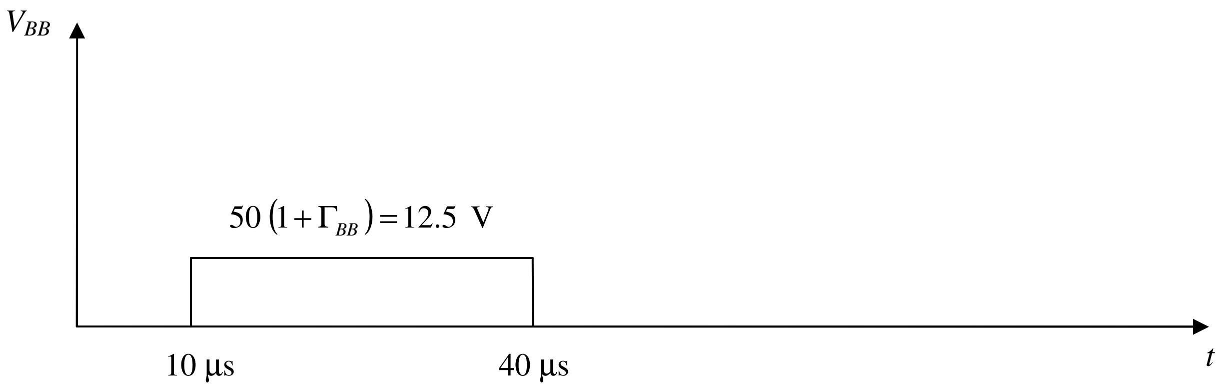
e dunque il tempo di propagazione del segnale dal generatore al carico vale:

$$T = \frac{l}{v} = 10 \ \mu\text{s}$$

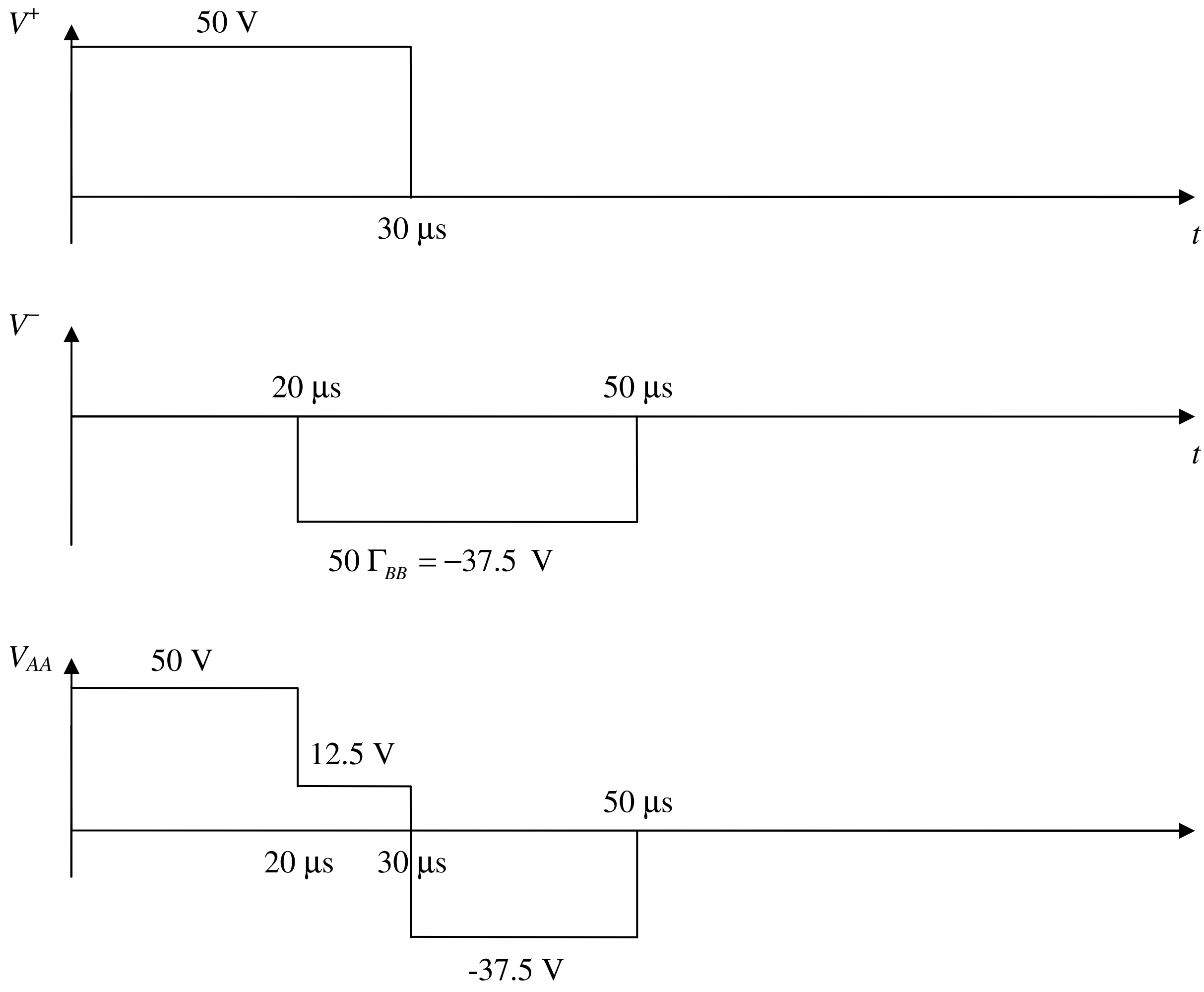
Essendo il generatore adattato alla linea, il segnale verrà riflesso al carico una sola volta perché la sua parte riflessa viene assorbita completamente dal generatore.
La tensione iniziale alla sezione AA si determina con il partitore di tensione fra R_g e Z_c:

$$V^+ = \frac{V_g}{2} = 50 \text{ V} \quad (0 < t < 30 \ \mu\text{s})$$

L'andamento della tensione V_{BB} misurata sul carico vale (sovrapposizione di onda progressiva e onda regressiva):



Il calcolo della tensione alla sezione del generatore si effettua sommando l'onda progressiva emessa dal generatore (V^+) e l'onda riflessa che torna alla sezione AA (V^-):

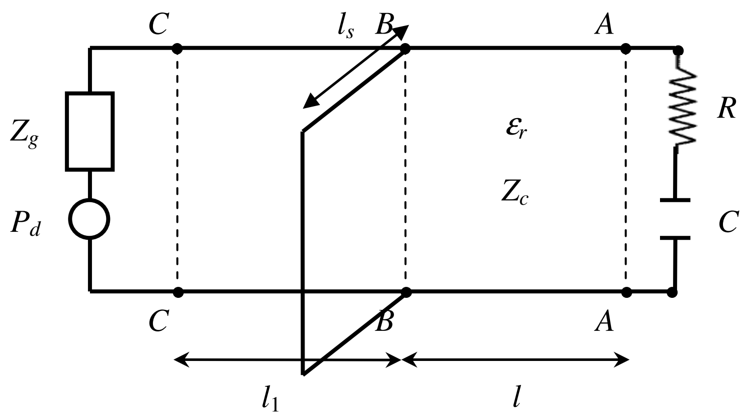


V^+
50 V
30 μs
t
V^-
20 μs
50 μs
t
$50\,\Gamma_{BB} = -37.5$ V
V_{AA}
50 V
12.5 V
50 μs
20 μs
30 μs
-37.5 V

Esercizio 2

Si faccia riferimento al circuito indicato in figura (frequenza di operazione f = 600 MHz, $\varepsilon_r = 4$ e $Z_c = 50\ \Omega$ ovunque).

a) Dimensionare la lunghezza l_S per annullare alla sezione BB la parte reattiva del carico posto in AA.
b) Nella situazione a), calcolare la potenza assorbita dal carico.
c) Nella situazione a), calcolare il modulo della tensione alla sezione AA.
d) FACOLTATIVO: Dimensionare l e l_S perché si abbia adattamento alla linea.
e) FACOLTATIVO: Nella situazione d), calcolare il modulo della tensione alla sezione AA.



f = 600 MHz
$R = 150\ \Omega$
C = 2.6526 pF
$\varepsilon_r = 4$
$Z_c = 50\ \Omega$
$Z_g = 10\ \Omega$
P_d = 10 W
l = 0.2 m
l_1 = 0.3125 m

Soluzione:

a) Il carico totale alle sezione AA vale:

$Z_{AA} = R + 1/j\omega C = 150 - j100\ \Omega$

La lunghezza d'onda vale:

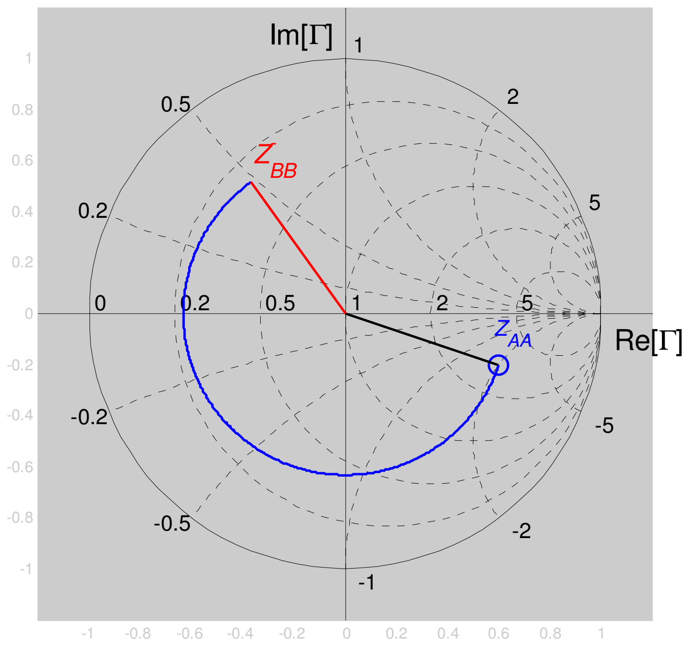
$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 0.25\ \text{m}$$

Passando sulla carta di Smith:

$\bar{Z}_{AA} = 3 - j2$ e $\bar{l} = 0.8 = 0.5 + 0.3$

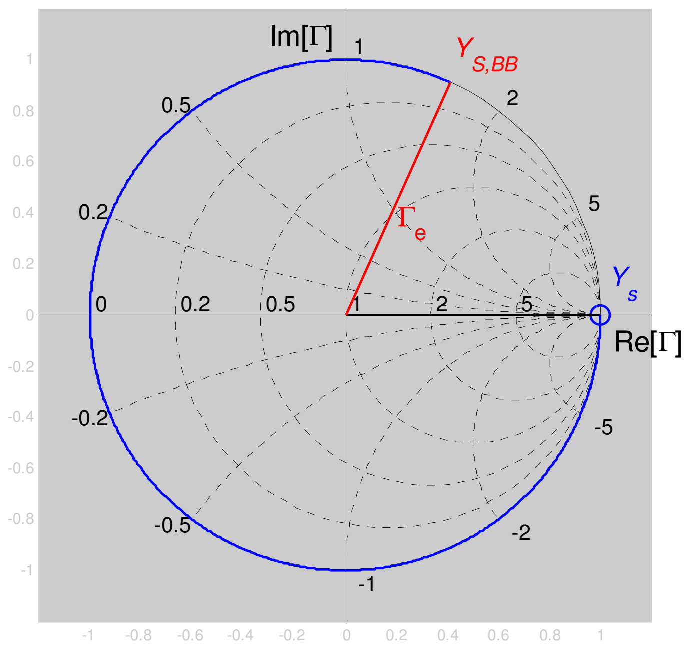
Ruotando sulla carta di Smith si porta il carico dalla sezione AA alla sezione BB:

$\bar{Z}_{BB}^{-} = 0.281 + j0.482$ e $\bar{Y}_{BB}^{-} = 0.903 - j1.548$



Dunque il CC dello stub riportato alla sezione BB deve valere (in ammettenza):
$\bar{Y}_{S,BB} = j1.548$

Passando ancora sulla carta di Smith si ottiene una rotazione di $\bar{l}_S = 0.25 + 0.159 = 0.409$, da cui:
$l_S = 0.409\lambda = 0.1022$ m



L'ammettenza totale alla sezione BB vale dunque:
$\bar{Y}^+_{BB} = \bar{Y}^-_{BB} + \bar{Y}_{S,BB} = 0.903$

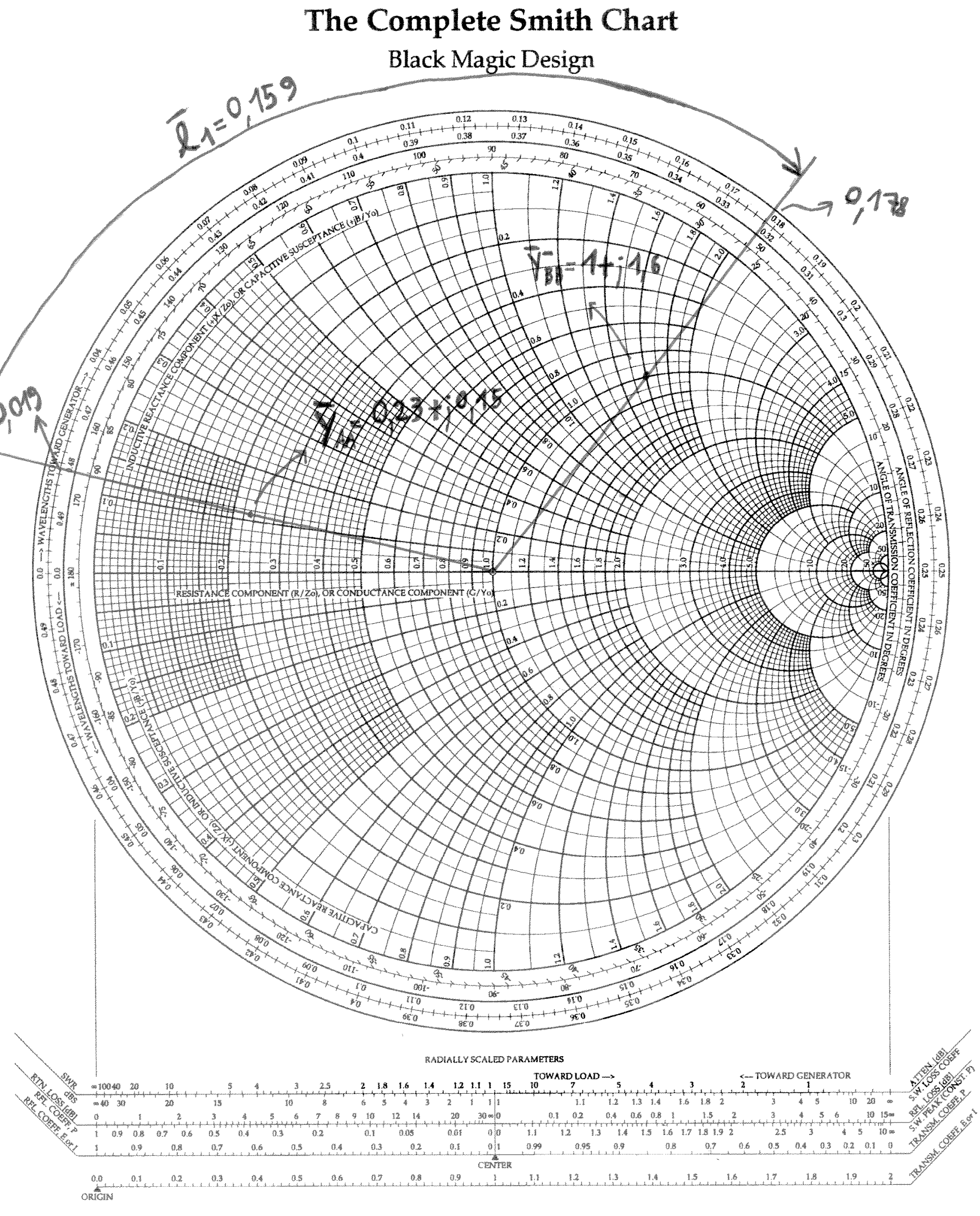
Da cui:
$\bar{Z}^+_{BB} = 1.107$ e $Z^+_{BB} = 55.35\ \Omega$

b) La lunghezza l_1 normalizzata vale:
$\bar{l}_1 = 1.25 = 1 + 0.25$

Essendo dunque l_1 un $\lambda/4$ si ottiene:
$$Z_{CC} = \frac{Z_C^2}{Z_{BB}^+} = 45.17\ \Omega$$
Da cui:
$$\left|\Gamma_g\right| = \left|\frac{Z_{CC} - Z_g}{Z_{CC} + Z_g}\right| = 0.64$$
E dunque la potenza assorbita dal carico vale:
$$P_L = P_d\left(1 - \left|\Gamma_g\right|^2\right) = 5.94\ \text{W}$$

c) Il modulo della tensione sul carico si ottiene come:
$$\left|V_{AA}\right| = \sqrt{\frac{2P_L}{\mathrm{Re}\left(Y_{AA}\right)}} = 50.82\ \text{V}$$

d) Per adattare il carico alla linea è necessario ruotare di una lunghezza normalizzata $\bar{l}$ in modo tale da avere:
$\bar{Y}_{BB}^- = 1 \pm jX$
Passando sulla carta di Smith si ha:



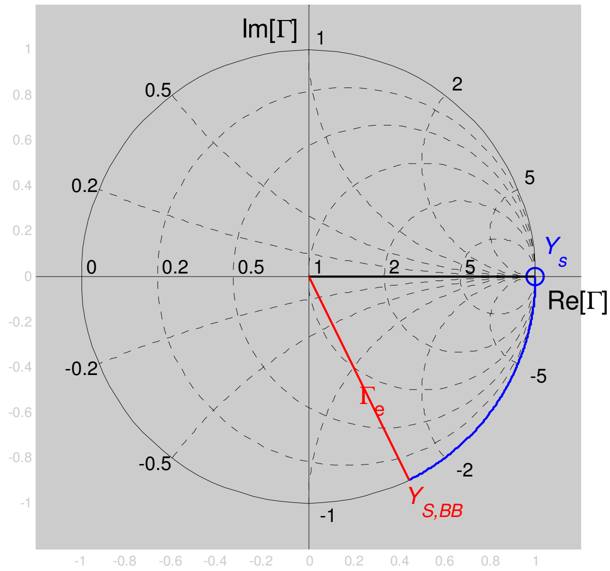
Per cui $\bar{l} = (0.178 - 0.019) = 0.159$ ($l = 0.0398$ m) e $\bar{Y}_{BB}^{-} = 1 + j1.6$.

Un questo caso il CC dello stub riportato alla sezione BB deve valere (in ammettenza):

$\bar{Y}_{S,BB} = -\,j1.6$

Passando ancora sulla carta di Smith si ottiene una rotazione di $\bar{l}_S = 0.089$ da cui:

$l_S = 0.089\lambda = 0.0222$ m



Così facendo, l'ammettenza totale alla sezione BB vale dunque:

$$\bar{Y}_{BB}^{+} = \bar{Y}_{BB}^{-} + \bar{Y}_{S,BB} = 1$$

Da cui:

$$\bar{Z}_{BB}^{+} = 1 \qquad \text{e} \qquad Z_{BB}^{+} = 50\ \Omega$$

e) A questo punto, dato l'adattamento alla linea, $Z_{CC} = Z_{BB}^{+} = 50\ \Omega$

$$\left|\Gamma_g\right| = \left|\frac{Z_{CC} - Z_g}{Z_{CC} + Z_g}\right| = 0.67$$

E dunque la potenza assorbita dal carico vale:

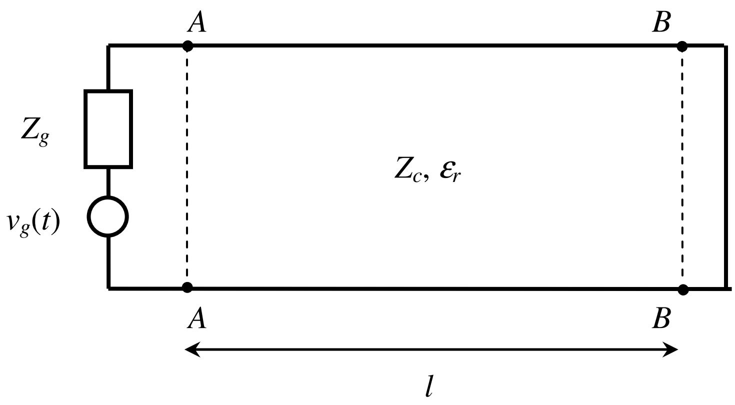
$$P_L = P_d\left(1 - \left|\Gamma_g\right|^2\right) = 5.56\ \text{W}$$

Il modulo della tensione sul carico si ottiene come:

$$\left|V_{AA}\right| = \sqrt{\frac{2P_L}{\text{Re}(Y_{AA})}} = 49.17\ \text{V}$$

Esercizio 3

Facendo riferimento al circuito in figura, dimensionare la lunghezza della linea l perché la potenza assorbita dal sistema linea+carico sia pari alla metà della potenza disponibile al generatore.



$v_g(t) = 100\cos\left(1.8\pi 10^9 t\right)$ V
$Z_g = 50\ \Omega$
$Z_c = 50\ \Omega$
$\varepsilon_r = 1$
$\alpha = 20$ dB/km

Soluzione:

Dalla forma d'onda del generatore si ottengono:
$V_g = 100$ V
$f = 900$ MHz

La potenza che passa le sezione AA (e viene dunque ceduta al sistema linea+carico) è data da:

$$P_{AA} = P_d\left(1-|\Gamma_g|^2\right) = P_d\left(1-|\Gamma_{AA}|^2\right)$$

poiché, essendoci adattamento tra generatore e linea $\Gamma_g = \Gamma_{AA}$.
Imponendo che $P_{AA} = P_d/2$, si ottiene:

$$P_d/2 = P_d\left(1-|\Gamma_{AA}|^2\right) \quad\Rightarrow\quad |\Gamma_{AA}|^2 = 0.5 \quad\Rightarrow\quad |\Gamma_{AA}| = 0.707$$

Si ottiene $|\Gamma_{AA}|$ come:

$$|\Gamma_{AA}| = \left|\Gamma_{BB}\, e^{-2\alpha l} e^{-j2\beta l}\right| = |\Gamma_{BB}|\, e^{-2\alpha l}$$

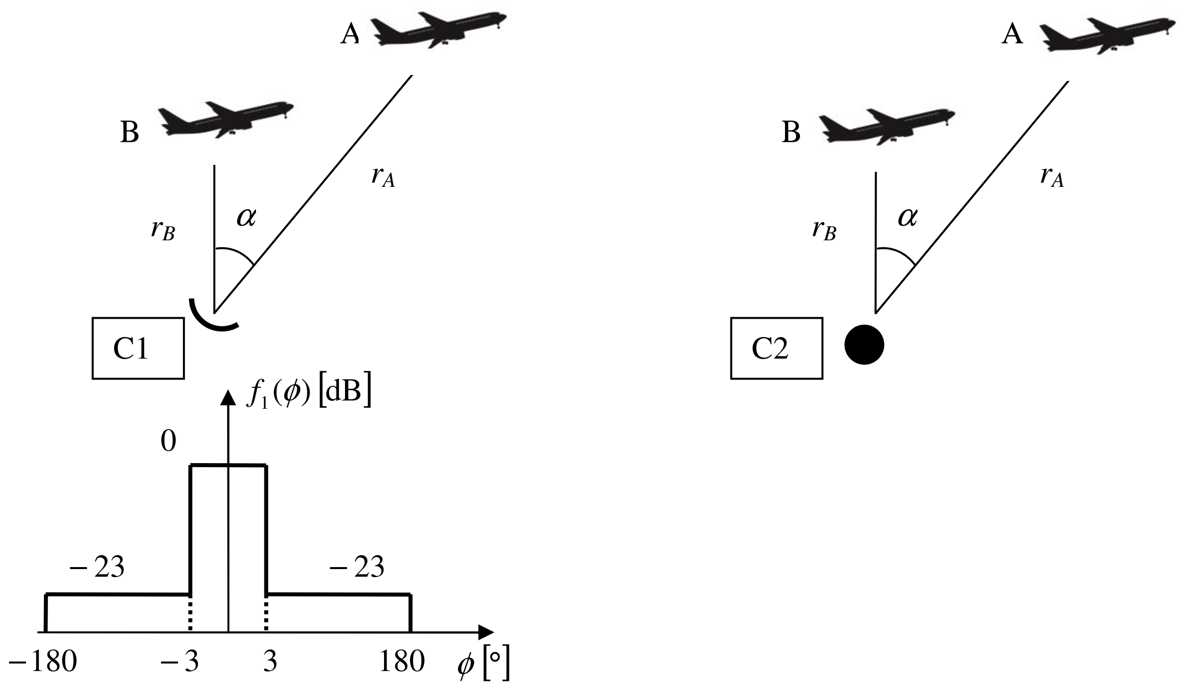
Ricordando che $|\Gamma_{BB}| = 1$ e che $\alpha = 2.3\times10^{-3}$ Np/m si ha:

$$l = -\frac{\ln|\Gamma_{AA}|}{2\alpha} \approx 75.4 \text{ m}$$

Esercizio 4

Un sistema per il monitoraggio del traffico aereo, operante a 1.5 GHz, è composto da due ricevitori connessi a due antenne colocate. Si consideri lo scenario in figura in cui 2 aerei (A e B) trasmettono un segnale identificativo, di potenza P_t = 10 W, usando un'antenna omnidirezionale con efficienza $\eta_{air} = 0.8$. Un'antenna (C1) è molto direttiva (guadagno G_1 = 30 dB, funzione di direttività $f_1(\phi)$, essendo ϕ l'angolo di azimuth) ed è puntata ottimamente verso l'aereo A. L'altra antenna (C2) è invece omnidirezionale ed ha efficienza $\eta_2 = 0.7$. Le distanze a cui si trovano gli aerei da identificare sono r_A = 100 km e r_B = 10 km.

a) Calcolare le potenze ricevute dai due ricevitori a terra considerando separatamente i due aerei.



Soluzione:

Per l'antenna C1 si ha:
Guadagno → G_1 = 30 dB = 1000
Area equivalente → $A_1 = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_1 = 3.18\ \text{m}^2$

Per l'antenna C2 si ha:
Guadagno → $G_2 = D_2\eta_2 = 1\eta_2 = 0.7$ (omnidirezionale)
Area equivalente → $A_2 = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_2 = 0.0022\ \text{m}^2$

Per le antenne dell'aereo si ha:

Guadagno → $G_{air} = D_{air}\eta_{air} = 1\eta_{air} = 0.8$

Potenze ricevute dall'antenna C1:

Aereo A → $P_{C1}^{A} = \frac{P_t}{4\pi(r_A)^2} G_{air} A_1 f_1(0) = 0.2 \text{ nW}$

Aereo B → $P_{C1}^{B} = \frac{P_t}{4\pi(r_B)^2} G_{air} A_1 f_1(30) = 0.1 \text{ nW}$

Potenze ricevute dall'antenna C2:

Aereo A → $P_{C2}^{A} = \frac{P_t}{4\pi(r_A)^2} G_{air} A_2 = 0.14 \text{ pW}$

Aereo B → $P_{C2}^{B} = \frac{P_t}{4\pi(r_B)^2} G_{air} A_2 = 14 \text{ pW}$

Esercizio 5 (FACOLTATIVO)

Sia data un'onda piana di tipo TEM (vettore di propagazione, vettore campo elettrico e vettore campo magnetico tutti perpendicolari tra loro) che si propaga nel vuoto, il cui vettore fasore campo elettrico vale:

$\vec{E} = \vec{\mu}_y - \vec{\mu}_z$ V/m

La frequenza è 1 GHz e l'onda si propaga in direzione $\vec{\mu}_x$.
Calcolare il vettore fasore campo magnetico (modulo, direzione e verso).

Soluzione:

Si può considerare l'onda come composizione di due onde a polarizzazione perpendicolare:
$\vec{E}_1 = \vec{\mu}_y$ V/m
$\vec{E}_2 = -\vec{\mu}_z$ V/m

I moduli del campo magnetico associati a queste onde valgono:
$\left|\vec{H}_1\right| = \left|\vec{H}_2\right| = 1/\eta_0 = 2.7$ mA/m

Per determinare le direzioni di suddetti vettori, si applica la regola della mano destra, per cui si ha:
$\vec{H}_1 = 2.7\,\vec{\mu}_z$ mA/m
$\vec{H}_2 = 2.7\,\vec{\mu}_y$ mA/m

Dunque il modulo del campo magnetico totale vale:
$\left|\vec{H}\right| = 3.8$ mA/m

e è orientato come in figura.